

Borna Bilas

Mentor: Melita Sambolek, prof. mentor

[melita.sambolek@gmail.com](mailto:melita.sambolek@gmail.com)

# Laminarno i turbulentno strujanje tekućina

Čakovec

29. ožujka 2013.

GIMNAZIJA JOSIPA SLAVENSKOG  
ČAKOVEC

# Sažetak

Strujanje fluida iznimno je važna pojava u mnogim područjima znanosti i tehnike – od mjerenja protoka vode u vodovodnim cijevima do strujanja vode u kanalima, strujanja zračnih masa u meteorologiji ili pak brzine protoka krvi u našem krvotoku. Pri tome je vrlo važan režim strujanja fluida. Cilj našeg rada bio je istražiti o čemu ovisi način strujanja tekućina u cijevima te utvrditi uz koje uvjete laminarno strujanje prelazi u turbulentno.

Postavljene hipoteze su da za  $Re < 2000$  strujanje je laminarno, a za  $Re > 4000$  turbulentno, također postoji kritična brzina kod koje se režim strujanja mijenja te da kod laminarnog strujanja režim strujanja je u cijelom presjeku cijevi jednak.

Mjerenjem protoka tekućine kroz cijevi različitog presjeka te određivanjem Reynoldsovog broja odredili smo područje kritičnih brzina za prijelaz laminarnog u turbulentno strujanje. Snimanje pojave digitalnom kamerom te analiza snimki dala nam je uvid u tijek strujanja.

Rezultati ukazuju da za eksperimentalno dobivene vrijednosti  $Re$  je 265, 443, 673, 1080 i 1935 strujanje tekućine je laminarno. Povećanjem Reynoldsovog broja javlja se prijelazno strujanje za  $Re$  eksperimentalne vrijednosti 2632. Za  $Re$  je 4067 i 4847 opaža se turbulentno strujanje.

Reynoldsov broj ovisi o brzini strujanja tekućine, prema tome se zaključuje da režim strujanja direktno ovisi o brzini strujanja. Za male brzine tok je laminaran, a za veće turbulentan. Prijelazni oblik strujanja određen je za kritične brzine u intervalu od  $0.08 \text{ ms}^{-1}$  do  $0.17 \text{ ms}^{-1}$ . Za male brzine također režim strujanja ostaje isti bez obzira u kojem dijelu cijevi se tok odvija. Ovi rezultati mjerenja se poklapaju s podacima iz literature čime su hipoteze potvrđene.

# Sadržaj

1. Uvod .....	4
1.1. Strujanje fluida .....	4
1.2. Reynoldsov broj .....	7
1.3. Cilj rada i hipoteze.....	9
2. Eksperimentalni dio.....	10
2.1. Aparatura .....	10
2.2. Metode mjerenja .....	12
3. Rezultati mjerenja.....	16
4. Rasprava .....	20
5. Zaključak .....	23
6. Popis literature .....	24

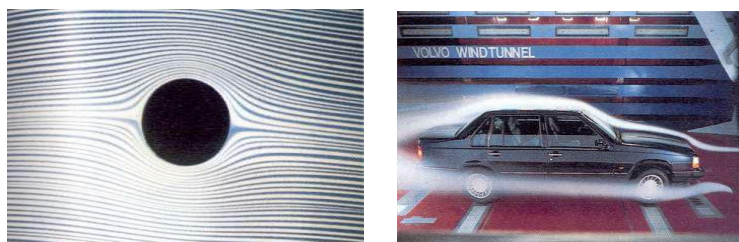
# 1. Uvod

Strujanjem zovemo gibanje plina ili tekućine. Gibanje fluida posljedica je raznih sila koje na njega djeluju. To su najčešće tlak u fluidu koji nastaje uslijed njegove vlastite težine ili djelovanje nekih vanjskih sila. Na gibanje mogu utjecati i inercijske sile poput Coriolisove sile ili centrifugalne sile, kao i viskozne sile ili sile unutarnjeg trenja u fluidu.

Gibanje fluida ima veliku važnost i primjenu u znanosti i tehnici. Strujanje je važno u industriji za određivanje mjerila protoka - u opskrbi regulatori protoka osnovni su dio brojila kojima se mjeri količina fluida (plina, vode, goriva) što je važno zbog naplate. U meteorologiji mjeri se primjerice brzina vjetra koji struji. U medicini važan je protok krvi u krvožilnom sustavu pri čemu se režim strujanja mijenja primjerice kod slabokrvnosti. Strujanje je iznimno važno za polijetanje zrakoplova, ali i ispitivanju aerodinamičnosti automobila. I brojni drugi primjeri ukazuju na važnost strujanja fluida.

## 1.1. Strujanje fluida

Strujanje fluida može se prikazati strujnicama – zamišljenim linijama u fluidu čija tangenta u svakoj točki pokazuje smjer brzine (slika 1.1.). Gustoća strujnica proporcionalna je brzini fluida – gušće strujnice znače veću brzinu strujanja.



**Slika 1.1.** Strujnice [7]

**Viskoznost** je otpor gibanja slojeva fluida zbog međumolekularnih sila. Međumolekularne sile se pojavljuju u svim fluidima pa svaki fluid pruža neki otpor tečenju. Slično kao i kod krutina trenje, viskoznost uzrokuje stvaranje topline i gubljenje dijela energije fluida. Takve fluide nazivamo realnim fluidima.

Ako se tijelo giba kroz realni fluid, također se javlja sila viskoznosti koja djeluje suprotno gibanju. Usporedbom s običnim trenjem, može se uočiti da sila trenja postoji i kad tijelo miruje dok se viskoznost javlja samo kod gibanja.

Laminarno i turbulentno strujanje

Zamišljeni fluid koji ne pruža nikakav otpor tečenju naziva se idealnim fluidom. Pretpostavaka idealnog fluida ponekad se koristi u jednostavnijim izračunima i kod zanemarivih gubitaka zbog viskoznosti.

U praksi se koriste dvije vrijednosti viskoznosti. Dinamička viskoznost te omjer dinamičke viskoznosti i gustoće tzv. kinematička viskoznost. Dinamičku viskoznost označavamo grčkim slovom  $\mu$ , a kinematičku  $\nu$ . Viskoznost ovisi o vrsti fluida i temperaturi. Vrijednosti za neke vrste fluida dane su u tablici 1.

**Tablica 1.** Dinamička viskoznost, gustoća i kinematička viskoznost za značajnije fluide pri atmosferskom tlaku 101.32 kPa i temperaturi od 20°C [4]

Fluid	Dinamička viskoznost $\mu$ (Pa s)	Gustoća $\rho$ ( $\frac{kg}{m^3}$ )	Kinematička viskoznost $\nu$ ( $\frac{m^2}{s}$ )
1. Vodik	$8.9 \times 10^{-8}$	0.084	$1.06 \times 10^{-4}$
2. Zrak	$1.8 \times 10^{-5}$	1.2	$1.51 \times 10^{-5}$
3. Benzin	$2.9 \times 10^{-4}$	720	$4.03 \times 10^{-7}$
4. Voda	$1.0 \times 10^{-3}$	1000	$1.00 \times 10^{-7}$
5. Etilni alkohol	$1.2 \times 10^{-3}$	787	$1.51 \times 10^{-6}$
6. Živa	$1.5 \times 10^{-3}$	13540	$1.16 \times 10^{-7}$
7. Mazivo ulje SAE 30	0.26	930	$2.79 \times 10^{-4}$
8. Glicerin	1.5	1263	$1.19 \times 10^{-3}$

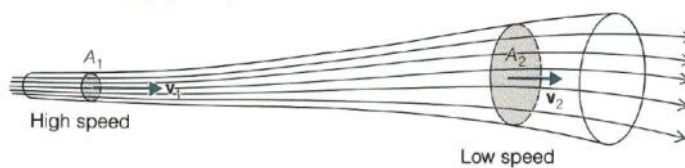
**Protok** je količina fluida koja protekne u jedinici vremena. Obično se koristi volumni protok kojeg mjerimo u  $\frac{m^3}{s}$ . Protok izražavamo kao

$$Q = \frac{V}{t} = vA \quad (1.1)$$

gdje je  $Q$  protok,  $V$  volumen koji protekne,  $t$  vrijeme,  $v$  prosječna brzina fluida, te  $A$  površina presjeka cijevi. Protok u svim dijelovima toka fluida je jednak, prema tome možemo zaključiti da u dijelovima toka s različitim površinama presjeka brzina mora biti obrnuto proporcionalan presjeku cijevi:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \quad (1.2)$$

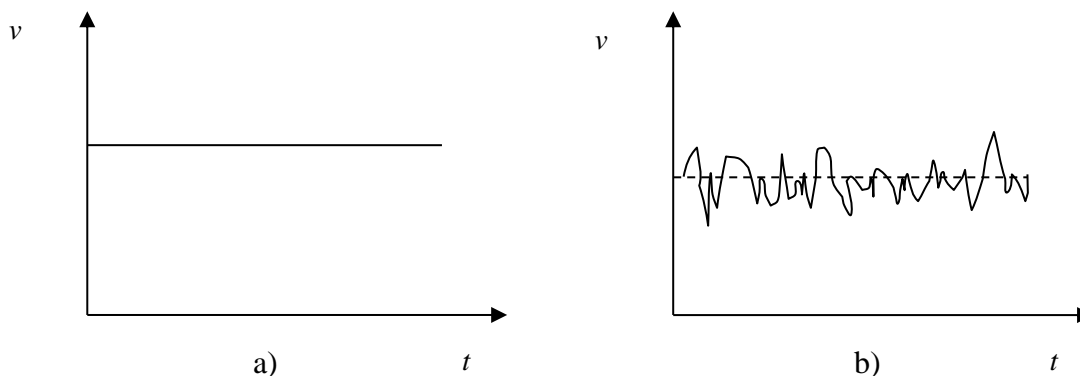
Ta jednadžba je poznata kao **jednadžba kontinuiteta** ili jednadžba očuvanja mase.



**Slika 1.2.** Površina presjeka cijevi i brzina obrnuto su proporcionalne

Pri manjim brzinama realni fluid struji u slojevima. Strujanje fluida pri kojem se slojevi fluida međusobno ne miješaju nazivamo **laminarno**. U takvom strujanju nema kretanja okomitog na slojeve fluida, niti bilo kakvog miješanja (slika 1.3 a). Laminarno strujanje je specifično za male brzine i Reynoldsov broj ispod kritične vrijednosti. Uzrok laminarnog strujanja je premoć viskoznih sila u odnosu na inercijske.

Drugi tip strujanja je **turbulentan** ili vrtložan - strujanje u kojem se čestice gibaju kaotično i vrtložno. Takvo strujanje je vrlo nepravilno i nepredvidivo. Slojevi fluida se miješaju, čestice prelaze iz jednog sloja u drugi i nastaju vrtlozi (slika 1.3 b). Do turbulentnog strujanja dolazi kad inercijske sile prevladavaju nad viskoznim tj. pri Reynoldsovom broju iznad kritične točke.



**Slika 1.3.** a) Srednja brzina kod laminarnog strujanja b) Kod turbulentnog toka brzina se u svakoj točki toka nepravilno mijenja i po iznosu i po smjeru [5]

## 1.2. Reynoldsov broj



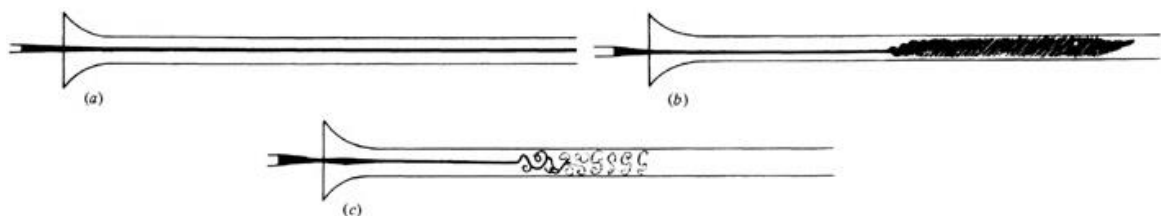
**Slika 1.4.** Osborne Reynolds [6]

**Reynoldsov broj** je bezdimenzionalan broj koji određuje hoće li strujanje biti laminarno ili turbulentno. Nazvan je prema O. Reynoldsu (slika 1.4.) koji se bavio eksperimentalnim proučavanjem strujanja fluida oko 1880. godine. Definiran je kao omjer viskoznih i inercijskih sila u fluidu i kao takav jedan je od najvažnijih brojeva u dinamici fluida. Izražava se kao

$$Re = \frac{vD_h}{\nu} \quad (1.3)$$

pri čemu je  $Re$  Reynoldsov broj,  $v$  brzina tekućine,  $D_h$  hidraulički polumjer, a  $\nu$  kinematička viskoznost.

Pri malom Reynoldsovom broju  $Re < 2000$ , viskozne sile su dominantne i tekućina teče laminarno tj. ravno i glatko u slojevima koji se ne miješaju. Kod velikog  $Re$ , većeg od 4000 inercijske sile su dominantne i tok je nepravilan i vrtložan. Reynoldsov broj pri kojem se laminarno gibanje pretvara u turbulentno je *kritični Reynoldsov broj*. Kritični Reynoldsov broj je najčešće vrijednost  $2000 < Re < 4000$ . Kad je  $Re$  u tom intervalu javlja se prijelazni oblik strujanja (slika 1.5.).



**Slika 1.5.** a) laminarno strujanje b) prijelazno područje c) turbulentno strujanje [5]

Laminarno i turbulentno strujanje

Kritični  $Re$  definiran je za kritičnu brzinu pri kojoj se laminarno strujanje pretvara u turbulentno. Kritična brzina ovisi o viskoznosti fluida, gustoći fluida i obliku cijevi kroz koju fluid struji.

Reynoldsov broj ovisi dakle o obliku cijevi i ta se ovisnost iskazuje hidrauličkim polumjerom. **Hidraulički polumjer** je omjer presjeka cijevi kroz koji fluid teče i opsega koji fluid dodiruje.

Izraženo formulom to glasi

$$R_h = \frac{A}{O} \quad (1.4)$$

pri tome je  $R_h$  je hidraulički polumjer,  $A$  je površina presjeka, a  $O$  opseg.

Češće se koristi hidraulički promjer koji je 4 puta veće vrijednosti od hidrauličkog polumjera. Tako da je

$$D_h = \frac{4A}{O} \quad (1.5)$$

Za okrugle cijevi važi da je  $D_h = 2r$  gdje je  $r$  polumjer cijevi.

Laminarni profil brzine ne uspostavlja se odmah na mjestu ulaska tekućine u cijev nego je za njegovo formiranje potrebna određena duljina toka. U različitoj literaturi formula za njegov izračun razlikuje se budući je koeficijent eksperimentalno određen. Prema izvoru [2] ta dužina približno iznosi:

$$L_{lam} = 0,065dRe \quad (1.6)$$

U realnim situacijama strujanje i brzina strujanja ovise i o drugim faktorima kao što su hrapavost površine cijevi odnosno hidraulička glatkost, promjena brzine zbog lokalnih gubitaka na ulazu u koljeno, pri suženju, proširenju i sl.



### 1.3. Cilj rada i hipoteze

Zbog važnosti strujanja fluida u znanosti i tehnici odlučili smo se baviti proučavanjem strujanja tekućina. Naš je cilj odrediti koji faktori utječu na strujanje tekućina u cijevi te pri kojim uvjetima laminarno strujanje prelazi u turbulentno. Proučavanjem literature utvrđeno je da su podaci o Reynoldsovom broju dobiveni isključivo eksperimentalno tako da nam je namjera provjeriti uklapaju li se naša mjerenja unutar tih vrijednosti. Postavljene su slijedeće hipoteze:

1. **hipoteza** – strujanje tekućina je laminarno za  $Re < 2000$ , a turbulentno za  $Re > 4000$ .
2. **hipoteza** – postoji područje prijelazne brzine u kojem se režim strujanja mijenja.  $Re$  za to područje je između 2000 i 4000.
3. **hipoteza** – kod laminarnog strujanja režim unutar cijevi se ne mijenja bez obzira na položaj u cijevi.

Dodatna motivacija za izradu ovog rada je naučiti metodologiju znanstvenog istraživanja.

## 2. Eksperimentalni dio

### 2.1. Aparatura

Aparatura se sastoji od dva dijela: spremnika za vodu i sustava za ubrizgavanje boje. Kao obojena tekućina korištena je otopina  $\text{KMnO}_4$ .

Spremnik za vodu je cijev promjera 15 cm, visine 50 cm., zatvorena na dnu. 3 cm od dna je izbušena rupa promjera 3 cm. U nju je umetnuta manja cijev duljine 40 cm, unutarnjeg promjera 2.4 cm. Kraj te cijevi je začepljen plutenim čepom. U čepu je rupa za cjevčice raznih promjera koje će služiti za kontrolu protoka.

Sustav za boju sastavljen je na metalnom stalku. Na vrhu stalka stezaljkom je pričvršćen lijevak za odijeljivanje koji će poslužiti kao spremnik za boju s ventilom za otvaranje. Na njega je spojena gumena cijev duljine 2-3 cm s dvije Hoffmannove stezaljke radi lakše kontrole protoka.

Na stalak je ispod prvog dijela cijevi stezaljkom pričvršćena staklena cijev dužine oko 30 cm. Ta cijev služi samo za stabilnost cijelog sustava. Kroz nju je provučena tanka gumena cijev u koju je prethodno umetnuta staklena cjevčica "L" oblika promjera 2 mm. Gumena cijev je spojena na gornju cijev iz lijevka. Cijeli je sustav umetnut u spremnik za vodu tako da cjevčica "L" oblika ulazi u vodoravnu cijev 3-4 cm, no ne dodiruje njezine stranice (slika 2.1)



**Slika 2.1.** Dijelovi aparature postavljene za mjerenje brzine protoka fluida i promatranje strujanja

Laminarno i turbulentno strujanje

Vodom se puni veliki spremnik, a izlazi kroz čep s kontrolnom cjevčicom nakon čega se slijeva u kantu. Za održavanje stalne razine vode u spremniku voda se stalno dovodi crijevom spojenim na vodovod. (slika 2.2.)



**Slika 2.2.** Lijevak s bojom spojen na gumenu cijev s dvije Hoffmannove stezaljke.

## 2.2. Metode mjerenja

Pokus je izvođen na način da je u kontrolnom čepu izbušena rupa i umetnuta cjevčica određenog promjera. Nakon toga je kontrolna cjevčica začepljena gumenom cijevi. Spremnik za vodu je napunjen do neke stalne visine i tu je visinu potrebno održavati stalnom tijekom mjerenja pomoću crijeva spojenog na vodovod. Zrak koji se skupio u cijevi je izbačen tako da je spremnik nagnut u smjeru cijevi svaki put pri punjenju aparature vodom.

Lijevak je napunjen bojom i otvoren je ventil. Sav zrak koji se nalazio istisnut je



pritiskanjem gumene cijevi te je protok uspostavljen najprije izvan spremnika s vodom. Kad se sustav za ubrizgavanje boje potpuno ispuni tekućinom tek je tada čitavi sustav uronjen u spremnik za vodu. Pomoću dvije Hoffmannove stezaljke može se protok boje vrlo fino regulirati.

Micanjem gumene cijevi s kontrolne cjevčice na kraju čitavog sustava otvara se protok vode. Pažljivo se slavina na koju je spojena cijev za punjenje otvori da se istjecanje i pritjecanje vode izjednači tj. da razina vode u velikom spremniku bude stalna.

**Slika 2.3.** Sustav za mjerenje ispunjen tekućinom – otvaranjem stezaljki i ventila na vodovodu počinje strujanje fluida

Laminarno i turbulentno strujanje

Nakon toga polako se otpušta Hoffmannova stezaljka dok se ne dobije zadovoljavajuća količina istjecanja boje. Za optimalno uspostavljanje toka obojene tekućine u struji vode treba proći nekoliko desetaka sekundi i tek nakon što obojena tekućina počine strujati zbog protjecanja vode u široj cijevi i poprimi istu brzinu vidljiv je prikaz strujanja.

Na krajnjem dijelu cjevčice za kontrolu istjecanja u intervalima od 10 s skuplja se voda u posudu. Masa vode koje je istekla u posudu u tom vremenskom intervalu se važe digitalnom vagom. Uz pretpostavku da je gustoća vode  $1000 \text{ kg/m}^3$ , jednostavnim računom dobiva se protok vode prema jednadžbi (1.1).



**Slika 2.4.** Pribor potreban za mjerenje protoka – digitalna vaga, posuda, zaporni sat, cjevčice različitih promjera, bušaći za čepove i čepovi, Hoffmannove stezaljke, pomična mjerka

Cijeli je postupak ponovljen za kontrolne cjevčice raznih promjera jer na taj se način mijenja brzina strujanja tekućine.

Strujanje u cijevi pri različitim brzinama snimano je digitalnom kamerom Panasonic HDC-HS200 te su analizirane snimke na kojima se detaljnije može pratiti režim strujanja budući se mogu pregledavati pojedini frameovi u vremenskim intervalima od 0,04s te su kasnije napravljene fotografije na kojima se uočava način strujanja za pojedini promjer cjevčice tj. za različite brzine strujanja. Izračunavanjem Reynoldsovog broja za različite brzine i usporedbom  $Re$  broja i vrste strujanja u pokusu uspoređuju se eksperimentalni i teoretski podatci. Masa vode za svaki promjer izlazne cjevčice mjeri se pet puta te se provodi račun pogreške za  $Re$  tako da se određuje apsolutna maksimalna i relativna pogreška.

Postupak računanja Reynoldsovog broja može se vidjeti u primjeru koji slijedi.

Izmjereno:

promjer cjevčice  $d_2 = 2 \text{ mm}$

promjer cijevi u kojoj struji tekućina  $d = 24 \text{ mm}$

masa vode  $m = 50 \text{ g}$

vrijeme  $= 10 \text{ s}$

Poznato:

kinematička viskoznost vode  $\nu = 10^{-7} \left(\frac{\text{m}^2}{\text{s}}\right)$

gustoća vode  $\rho = 1 \text{ g/cm}^3$

*Izračun protoka:*

$$Q = \frac{V}{t} \text{ i } V = \frac{m}{\rho} = \frac{m}{1} = m$$

$$Q = \frac{m}{t} = \frac{50\text{g}}{10\text{s}} = \frac{50\text{cm}^3}{10\text{s}} = 5 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}} = 5 * 10^{-6} \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \quad (2.1)$$

*Izračun brzine u cijevi u kojoj obojena tekućina struji*

$$A = r^2 \pi = \frac{d^2}{4} \pi$$

$$Q = Av \rightarrow v = \frac{Q}{A}$$

$$A = \frac{24^2}{4} \pi = 450.16 * 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$v = \frac{5 * 10^{-6} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}}{450.16 * 10^{-6} \text{ m}^2} = 0.0111 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (2.2)$$

*Izračun Reynoldsovog broja*

$$D_h = d$$

$$Re = \frac{vD_h}{\nu}$$

$$Re = \frac{0.0111 * 24 * 10^{-3}}{10^{-7}} = 265 \quad (2.3)$$

*Račun pogreške za Re*

$$Re_1 = 265 \quad Re_2 = 255 \quad Re_1 = 265 \quad Re_1 = 271 \quad Re_1 = 271$$

$$\overline{Re} = \frac{Re_1 + Re_2 + Re_3 + Re_4 + Re_5}{5} \cong 265$$

$$\Delta Re_{max} = |10|$$

$$Re = 265 \pm 10$$

$$r_{max} = \frac{10}{265} = 3.77\% \quad (2.4)$$

Postupak računanja se ponavlja za različite promjere i time za različite brzine strujanja unošenjem podataka u tablice u Excelu.

### 3. Rezultati mjerenja

Rezultati mjerenja protoka, brzine strujanja i  $Re$  vidljivi su u tablicama koje slijede. Pri tome je brzina  $v_l$  brzina protoka na kontrolnim cjevčicama promjera navedenog u tablicama, a  $v$  je brzina strujanja u široj cijevi u kojoj promatramo strujanje fluida.

**Tablica 3.1** Podaci mjerenja i rezultati izračuna  $Re$  za cjevčicu promjera 2 mm

Mjerenje	1	Laminarno							
Br.mjer.	m /g	t/s	$d/10^{-6}$ m	$Q/10^{-6}$ ( $m^3/s$ )	$A_1/10^{-6}$ $m^2$	$A_2/10^{-6}$ $m^2$	$v_l(m/s)$	$v(m/s)$	Re
1	50	10	2	5,0	3,140	452,160	1,592	0,0111	265
2	48			4,8				0,0106	255
3	50			5,0				0,0111	265
4	51			5,1				0,0113	271
5	51			5,1				0,0113	271
								0,011	265±10
$r_m=3.77\%$									

**Tablica 3.2** Podaci mjerenja i rezultati izračuna  $Re$  za cjevčicu promjera 2.4 mm

Mjerenje	2	Laminarno							
Br.mjer.	m /g	t/s	$d/10^{-6}$ m	$Q/10^{-6}$ ( $m^3/s$ )	$A_1/10^{-6}$ $m^2$	$A_2/10^{-6}$ $m^2$	$v_l(m/s)$	$v(m/s)$	Re
1	84	10	2,4	8,4	4,522	452,160	1,844	0,0186	446
2	84			8,4				0,0186	446
3	83			8,3				0,0184	441
4	83			8,3				0,0184	441
5	83			8,3				0,0184	441
								0,0184	443±3
$r_m=0.68\%$									

**Tablica 3.3** Podaci mjerenja i rezultati izračuna  $Re$  za cjevčicu promjera 3.2 mm

Mjerenje	3	Laminarno							
Br.mjer.	m /g	t/s	$d/10^{-6}$ m	$Q/10^{-6}$ ( $m^3/s$ )	$A_1/10^{-6}$ $m^2$	$A_2/10^{-6}$ $m^2$	$v_l(m/s)$	$v(m/s)$	Re
1	127	10	3,2	12,7	8,038	452,160	1,575	0,0281	674
2	125			12,5				0,0276	663
3	127			12,7				0,0281	674
4	128			12,8				0,0283	679
5	126			12,6				0,0279	669
								0,028	672±9
$r_m=1.34\%$									



**Tablica 3.4** Podaci mjerenja i rezultati izračuna  $Re$  za cjevčicu promjera 4.1 mm

Mjerenje	4	Laminarno							
Br.mjer.	m /g	t/s	d/10 <sup>-6</sup> m	Q/10 <sup>-6</sup> (m <sup>3</sup> /s)	A <sub>1</sub> /10 <sup>-6</sup> m <sup>2</sup>	A <sub>2</sub> /10 <sup>-6</sup> m <sup>2</sup>	v <sub>1</sub> (m/s)	v(m/s)	Re
1	202	10	4,1	20,2	13,196	452,160	1,541	0,0447	1072
2	204			20,4				0,0451	1083
3	204			20,4				0,0451	1083
4	205			20,5				0,0453	1088
5	202			20,2				0,0447	1072
								0,045	1080±8

 $r_m=0.74\%$ **Tablica 3.5** Podaci mjerenja i rezultati izračuna  $Re$  za cjevčicu promjera 5 mm

Mjerenje	5	Laminarno							
Br.mjer.	m /g	t/s	d/10 <sup>-6</sup> m	Q/10 <sup>-6</sup> (m <sup>3</sup> /s)	A <sub>1</sub> /10 <sup>-6</sup> m <sup>2</sup>	A <sub>2</sub> /10 <sup>-6</sup> m <sup>2</sup>	v <sub>1</sub> (m/s)	v(m/s)	Re
1	365	10	5	36,5	19,625	452,160	1,858	0,0807	1937
2	364			36,4				0,0805	1932
3	364			36,4				0,0805	1932
4	361			36,1				0,0798	1916
5	369			36,9				0,0816	1959
								0,0806	1935±24

 $r_m=1.24\%$ **Tablica 3.6** Podaci mjerenja i rezultati izračuna  $Re$  za cjevčicu promjera 5.5 mm

Mjerenje	7	Prijelazno							
Br.mjer.	m /g	t/s	d/10 <sup>-6</sup> m	Q/10 <sup>-6</sup> (m <sup>3</sup> /s)	A <sub>1</sub> /10 <sup>-6</sup> m <sup>2</sup>	A <sub>2</sub> /10 <sup>-6</sup> m <sup>2</sup>	v <sub>1</sub> (m/s)	v(m/s)	Re
1	497	10	5,5	49,7	23,746	452,160	2,088	0,110	2638
2	490			49,0				0,108	2601
3	500			50,0				0,111	2654
4	496			49,6				0,110	2633
5	496			49,6				0,110	2633
								0,11	2632±31

 $r_m=1.18\%$ **Tablica 3.7** Podaci mjerenja i rezultati izračuna  $Re$  za promjera 6.7 mm

Mjerenje	7	Turbulentno							
Br.mjer	m/g	t/s	d/10 <sup>-6</sup> m	Q/10 <sup>-6</sup> (m <sup>3</sup> /s)	A <sub>1</sub> /10 <sup>-6</sup> m <sup>2</sup>	A <sub>2</sub> /10 <sup>-6</sup> m <sup>2</sup>	v <sub>1</sub> (m/s)	v(m/s)	Re
1	767	10	6,7	76,7	35,239	452,160	2,174	0,1696	4071
2	766			76,6				0,1694	4066
3	770			77,0				0,1703	4087
4	763			76,3				0,1687	4050
5	765			76,5				0,1692	4061
								0,17	4067±20

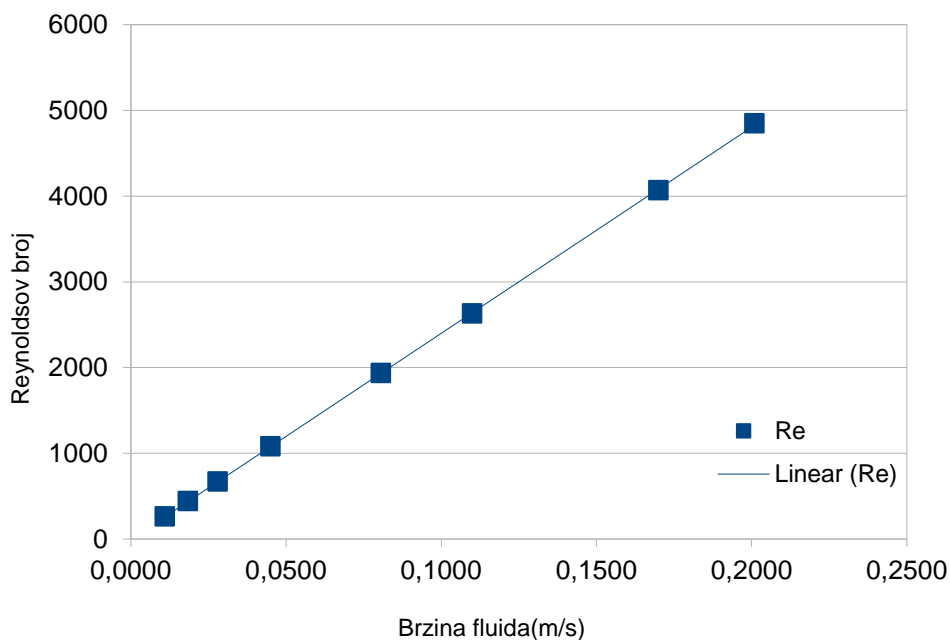
 $r_m=0.49\%$

**Tablica 3.8** Podaci mjerenja i rezultati izračuna  $Re$  za cjevčicu promjera 7.5 mm

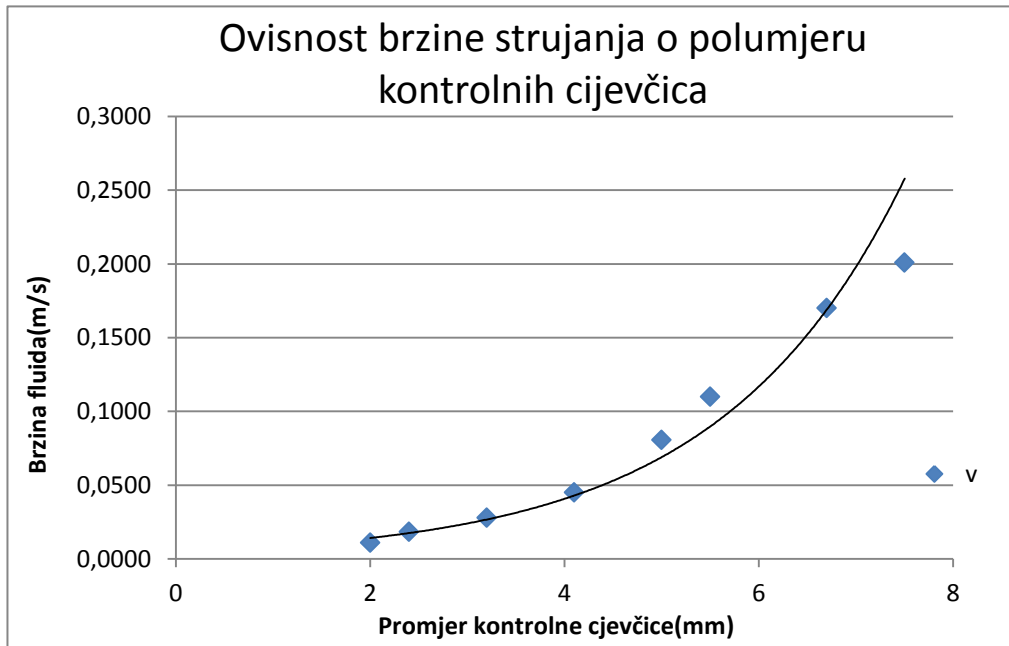
Mjerenje	8	Turbulentno							
Br.mjer.	m/g	t/s	$d/10^{-6}$ m	$Q/10^{-6}$ ( $m^3/s$ )	$A_1/10^{-6}$ $m^2$	$A_2/10^{-6}$ $m^2$	$v_1(m/s)$	$v(m/s)$	$Re$
1	914	10	7,5	91,4	44,156	452,160	2,068	0,2021	4851
2	913			91,3				0,2019	4846
3	915			91,5				0,2024	4857
4	911			91,1				0,2015	4835
5	913			91,3				0,2019	4846
								0,202	4847±12
$r_m=0.25\%$									

Iz tabličnih podataka nacrtali smo grafove ovisnosti  $Re$  o brzini strujanja  $v$  iz kojeg bismo mogli odrediti područje graničnih brzina strujanja za prijelaz laminarnog u turbulentno strujanje te graf ovisnosti brzine  $v$  o promjeru cijevi na izlazu.

Ovisnost Reynoldsovog broja o brzini fluida



**Slika 3.1.** Graf ovisnosti Reynoldsovog broja  $Re$  o brzini strujanja fluida u promatranoj cijevi unutarnjeg promjera 24 mm izraženoj u  $ms^{-1}$

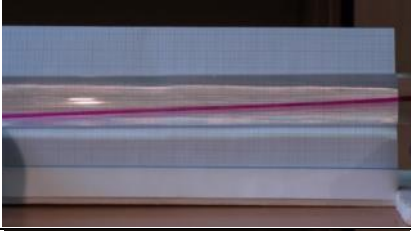









**Slika 3.2.** Graf ovisnosti brzine strujanja u promatranoj cijevi o polumjeru cjevčica kojima se mijenja brzina protoka fluida

## 4. Rasprava

Radi lakše usporedbe eksperimentalnih i teorijskih vrijednosti, u slijedećoj tablici sistematizirani su svi rezultati te je dan opis strujanja fluida i fotografije snimljene digitalnom kamerom za određene brzine strujanja fluida.

**Tablica 4.1.** Prikaz svih rezultata mjerenja: eksperimentalno određena brzina strujanja fluida i Reynoldsov broj u usporedbi s teorijskim predviđanjima i vizualni opis strujanja

Brzina strujanja/(m/s)	Opis strujanja/ fotografija	$Re$ teorijski	$Re$ eksperimentalno
0.011		<2000	265 laminarno
0.0184		<2000	443 laminarno
0.028		<2000	672 laminarno
0.045		<2000	1080 laminarno
0.0806		<2000	1935 laminarno
0.11		2000< $Re$ <4000	2632 prijelazno

0.17		>4000	4067 turbulentno
0.202		>4000	4847 turbulentno

Rezultati mjerenja pokazuju relativno dobro slaganje s teorijom. Eksperimentalno određen Reynoldsov broj slaže se s vrstom strujanja fluida prema teorijskim vrijednostima tako da je prva hipoteza potvrđena. Laminarno strujanje fluida za  $Re < 2000$  prema teoriji slaže se s našim rezultatima mjerenja i vizualnim opažanjima strujanja gdje je prema rezultatima za  $Re$  od 426 do 1978 strujanje laminarno. Za  $Re > 4000$  prema teoriji strujanje postaje turbulentno pa se tu uklapa naše mjerenje za  $Re$  od 4067 do 4847 pri brzinama  $> 0.17 \text{ ms}^{-1}$ . Unutar intervala  $2000 > Re > 4000$  režim strujanja je prijelazni što odgovara mjerenju u kojem je  $Re$  2632. Budući su ove granične vrijednosti za  $Re$  koje pronalazimo u literaturi također eksperimentalno određene, slaganje naših rezultata mjerenja je zadovoljavajuće i obuhvaća sva tri intervala.

Obzirom da smo brzinu protoka regulirali promjenom osam cjevčica različitog promjera, nismo uspjeli precizno odrediti kritičnu brzinu strujanja za cijev 24 mm u kojoj smo promatrali režim strujanja, no iz grafičkog prikaza ovisnosti  $Re$  o brzini  $v$  (Slika 3.1.) može se očitati da je ta vrijednost između  $0.08 \text{ ms}^{-1}$  i  $0.17 \text{ ms}^{-1}$  čime je potvrđena i druga hipoteza. Koeficijent smjera pravca također se slaže s teorijskim predviđanjem.

Također smo primijetili da se režim strujanja ne mijenja za male brzine ako se obojena tekućina giba bliže stjenkama cijevi čime smo potvrdili treću pretpostavku. Kod većih brzina i turbulentnog strujanja režim strujanja unutar cijevi se mijenja. Javlja se laminaran tok blizu stjenke zbog velike razlike u brzini između središnjeg dijela strujanja i strujanja blizu stjenke.

Iz grafa na slici 3.2. može se uočiti veza između brzine strujanja i promjera cjevčica kojima smo ju regulirali pri čemu je vidljivo da brzina strujanja u promatranoj cijevi ovisi o kvadratu polumjera što proizlazi iz jednadžbe kontinuiteta. Pri tome se eksperimentalna mjerenja približno slažu s teoretskim predviđanjem. Najveće odstupanje vidljivo iz grafa je

Laminarno i turbulentno strujanje

za najveću brzinu što bi moglo ukazivati na veći utjecaj faktora koje smo pri našim mjerenjima zanemarili kao što su hidraulička hrapavost, promjena brzine pri ulasku tekućine u koljeno cijevi i dr.

Pri izvođenju mjerenja promjenjiva varijabla je masa tekućine, dok je vrijeme definirano na 10 s jer smo uočili da je pri većim brzinama strujanja za male vremenske intervale vrlo teško precizno mjeriti masu odnosno protok, tj. velika je pogreška mjerenja.

Problemi koji su nastali tokom izvođenja pokusa su nagomilavanje zraka u cijevima što je riješeno pritiskanjem ili naginjanjem cijevi te punjenjem sustava bojom prije nego se stavi u cilindar s vodom. Stalna potreba za održavanjem jednake visine vode u spremniku vrlo je važan faktor jer kod različitih visina, različit je ulazni tlak u cijevi pa time i brzina istjecanja, što se posebno uočava pri većim brzinama i jako utječe na točnost mjerenja. Stoga je potrebno pažljivo podesiti sve elemente i uskladiti protok stezaljkama i ventilima, što zahtijeva dobru uvježbanost. Uvjeti rada s vodom u školskom kabinetu su djelomice ograničeni jer nismo mogli produžiti cijev u kojoj se promatra strujanje na nekoliko metara na primjer, čime bi duljina postala veća od teoretske duljine formiranja laminarnog toka. Za brzinu od  $0.011 \text{ ms}^{-1}$  duljina formiranja laminarnog toka iznosi 44 cm.

Za naše daljnje istraživanje svakako bi bilo zanimljivo mjerenja ponoviti s nekom viskoznijom tekućinom npr. uljem. Proučavamo i strujanje u cijevima u kojima se gibaju kuglice različitih promjera u tekućinama različitih gustoća i viskoznosti, gdje se jako primjećuje utjecaj graničnog područja pa bi svakako bilo zanimljivo povezati to sa ovim istraživanjem.

## 5. Zaključak

Cilj ovog rada bio je proučiti kakve se vrste strujanja pojavljuju u fluidima, zašto se događaju i pri kojim brzinama tok fluida prelazi iz jednog režima u drugi praćenjem promjene Reynoldsovog broja.

U stalan tok vode neke brzine, puštali smo obojenu tekućinu i pratili njeno kretanje da bi odredili tip strujanja. Brzinu nismo neposredno mjerili već smo skupljali vodu u nekom vremenskom intervalu te joj masu izvagali. Tako smo odredili protok, a time i brzinu strujanja u cijevi u kojoj smo promatrali strujanje obojenog fluida.

Odredili smo Reynoldsov broj  $Re$  za svaki način strujanja i usporedili s podacima iz literature [2]. Rezultati mjerenja pokazuju dobro slaganje s teorijskim predviđanjima - za  $Re < 2000$  strujanje je laminarno, a za  $Re > 4000$  strujanje je turbulentno. Krična brzina za korištenu cijev ( $d=24$  mm) je u intervalu od  $0.08 \text{ ms}^{-1}$  do  $0.17 \text{ ms}^{-1}$ . Kod malih brzina, režim strujanja unutar cijevi se ne mijenja u blizini stjenke. Time smo potvrdili navedene hipoteze.

## 6. Popis literature

- [1] Labor, Fizika 1, 2008, Alfa, Zagreb
- [2] Željko Andreić, Temelji mehanike fluida, 2012, skripta
- [3] Giancoli, Physics, 2004, Sixth Edition
- [4] Dimenzije i mjerne jedinice  
[http://www.riteh.uniri.hr/zav\\_katd\\_sluz/zvd\\_teh\\_term\\_energ/katedra3/Nastava/pogonski/pogonski%20i%20radni%20strojevi%2001.pdf](http://www.riteh.uniri.hr/zav_katd_sluz/zvd_teh_term_energ/katedra3/Nastava/pogonski/pogonski%20i%20radni%20strojevi%2001.pdf)
- [5] Experiment No.2, Reynold's Experiment  
[www.nikul Patel.com](http://www.nikul Patel.com)
- [6] Note on the History of the Reynolds Number  
[www.annualreviews.org/aronline](http://www.annualreviews.org/aronline)
- [7] Dinamika fluida  
[http://www.fizika.unios.hr/~dstanic/Osnove\\_fizike\\_1/11%20-%20Dinamika%20fluida.pdf](http://www.fizika.unios.hr/~dstanic/Osnove_fizike_1/11%20-%20Dinamika%20fluida.pdf)
- [8] Laminar flow  
<http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/pfric.html>
- [9] Laminar and turbulent flow  
[http://www.efm.leeds.ac.uk/CIVE/CIVE1400/Section4/laminar\\_turbulent.htm](http://www.efm.leeds.ac.uk/CIVE/CIVE1400/Section4/laminar_turbulent.htm)
- [10] laminar flow  
<http://www.britannica.com/EBchecked/topic/328742/laminar-flow>