Borna Bilas

Mentor: Melita Sambolek, prof. mentor

melita.sambolek@gmail.com

VRTLOŽNI TOP

Čakovec, 28.3.2014.

Gimnazija Josipa Slavenskog Čakovec
Vladimira Nazora 34, 40000, Čakovec

Sažetak

Cilj ovog rada bio je napraviti vrtložni top i istražiti u kojim uvjetima nastaje vrtložno strujanje te kako promjena dimenzija topa utječe na strujanje i brzinu širenja vrtloga. Vrtložni top je cilindar zatvoren s jedne strane pomičnim poklopcem, a s druge strane poklopcem koji ima izlazni otvor manjih dimenzija od promjera cilindra. U provođenju eksperimenata koristili smo uređaj za stvaranje dima kojim smo punili top i na taj način nastalo strujanje učinili vidljivim. Određenom silom djelovali smo s jedne strane na pomični poklopac, a s druge strane pratili smo i snimali kamerom nastalo strujanje. Mijenjali smo silu kojom se djeluje na pomični poklopac, promjer izlaznog otvora i duljinu cilindra, te oblik izlaznog otvora. Također smo stavili top u električno polje i promatrali nastaju li vrtlozi u tim uvjetima.

Rezultati naših eksperimenata pokazuju da postoji gornja i donja granica za silu pri kojoj se formiraju prsteni za stalan promjer izlaznog otvora. U našem slučaju promjer 1/4 R i 1/3 R imaju najširi interval sila. Pokazali smo da maksimalna brzina ovisi o promjeru izlaznog otvora, povećanjem otvora maksimalna brzina pada. a oblik vrtloga ne ovisi o obliku izlaznog otvora tj. uvijek je kružan. Osim u slučaju elipse gdje se događa pulsirajuća promjena iz elipse u kružnicu. Stavljanjem topa u električno polje pokazali smo da ima utjecaj na formaciju prstena ako se elektrode nalaze na izlazu iz otvora, dok za ostale položaje, našim mjerenjima, nismo uočili nikakav utjecaj na formiranje prstena.

Brzinu u vremenu prstena opisali smo jednostavnim modelom u tri faze. U prvoj fazi, prije formiranja, vrtlozi se gibaju nejednoliko ubrzano, zbog djelovanja promjenjive sile koja pokreće klip. U fazi formiranja događa se nejednoliko usporeno strujanje koje se dobro poklapa eksponencijalnom funkcijom, a u fazi poslije formiranja stabilnog prstena brzina pada puno sporije nego u fazi dva i može se u većini slučajeva vrlo dobro aproksimirati modelom za jednoliko usporeno gibanje.

Sadržaj

1. Uvod 4

1.1. Što je vrtložni top? 4

1.2. Strujanje fluida 5

1.3. Ciljevi i pretpostavke 8

2. Eksperimentalni dio 9

2.1. Aparatura i potreban pribor 9

2.2. Analiza podataka 10

2.2.1 Ovisnost od duljini 11

2.2.2 Ovisnost o promjeru izlaznog otvora 11

2.2.3 Ovisnost o sili 12

2.2.4. Ovisnost o obliku izlaznog otvora 12

2.2.5. Utjecaj električnog polja na formiranje vrtložnih prstena 12

3. Rezultati mjerenja 13

4. Rasprava 19

5. Zaključak 23

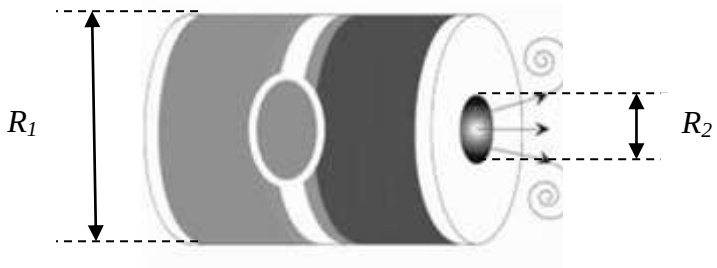
6. Popis literature 24

1. Uvod

Istražujući laminarno i turbulentno strujanje prošle godine, vidjeli smo pokus stvaranja vrtložnog strujanja u obliku prstena (toroida). Pokus je bio jako efektan i zanimljiv. Prsteni su se stvarali uz pomoć jednostavnog pribora, no objašnjenja zašto nastaju i o čemu ovisi njihovo nastajanje i daljnji put činilo se relativno neistraženim. Zbog jednostavnosti aparature, odlučili smo napraviti eksperiment i pokušati utvrditi koji sve parametri utječu na stvaranje vrtložnih prstena.

1.1. Što je vrtložni top?

Vrtložni top je naprava za dobivanje vrtložnih prstena u nekom fluidu. Sastoji se od cilindra s klipom s jedne strane i izlaznog otvora s druge strane. Cilindar ima polumjer R_1, a izlazni otvor promjer R_2 pri čemu je $R_2 \leq R_1$. Klip u cilindru gura fluid prema izlaznom otvoru, pri čemu se on sudari sa statičnim fluidom izvan cilindra i uvrće se sam u sebe[10]. U tom trenutku nastaju vrtložni prsteni koji putuju u fluidu izvan cilindra. Klip se može pokretati na razne načine, u našem slučaju je to oprugama, dok se još koriste i pneumatički klipovi, njihalo, eksploziv, a kod jednostavnijih izrada, pokreće se rukom.



Slika 1.1. *Skica vrtložnog topa*[5]

1.2. Strujanje fluida

Slika 1.2. *Primjer laminarnog i vrtložnog strujanja u oblaku dima*[16]

Gibanje plina ili tekućine (fluida) zovemo strujanjem. Strujanje je posljedica raznih sila koje djeluju na fluid (tlak, njegova težina, itd.). Dva su osnovna tipa strujanja: laminarno i turbulentno. Laminarno strujanje je općenito stabilno strujanje, gdje se slojevi fluida ne miješaju, brzina čestica u bilo kojem presjeku je jednaka, a specifična je za male brzine. Turbulentno strujanje je nestabilno, kaotično strujanje. Slojevi fluida se međusobno miješaju, a brzina nije stalna. Takvo strujanje je specifično za veće brzine strujanja[1].

Strujanje fluida može se opisati *jednadžbom kontinuiteta* i *Bernoullijevom jednadžbom*. Jednadžba kontinuiteta opisuje protok fluida

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \tag{1.1}$$

pri čemu je *v* prosječna brzina fluida, te *A* površina presjeka cijevi. Protok u svim dijelovima toka fluida je jednak, prema tome možemo zaključiti da u dijelovima toka s različitim površinama presjeka brzina mora biti obrnuto proporcionalan presjeku cijevi.

Prema Bernoullijevoj jednadžbi hidrodinamički tlak unutar fluida mora biti stalan:

$$p + \frac{1}{2} p v^2 = const. \tag{1.2}$$

pri čemu je *p* statički tlak, a $\frac{1}{2} p v^2$ predstavlja dinamički tlak. Pri strujanju fluida kada poraste brzina strujanja, poraste i dinamički tlak, ali će se pri tome smanjiti statički tlak. Ako postoji razlika u statičkom tlaku između dva područja u fluidu, tlak se nastoji izjednačiti strujanjem fluida u smjeru prema području nižeg tlaka.

Strujanje fluida može se opisati *Reynoldsovim brojem* koji je bezdimenzionalna veličina koja određuje hoće li strujanje biti laminarno ili turbulentno. Nazvan je prema *O. Reynoldsu* koji se bavio eksperimentalnim proučavanjem strujanja fluida oko 1880. godine. Definiran je kao omjer viskoznih i inercijskih sila u fluidu i kao takav jedan je od najvažnijih brojeva u dinamici fluida. Pri malom *Reynoldsovom broju Re*<2000, viskozne sile su dominantne i tekućina teče laminarno tj. ravno i glatko

u slojevima koji se ne miješaju. Kod velikog *Re*,većeg od 4000 inercijske sile su dominantne i tok je nepravilan i vrtložan.

Da li je protok turbulentan ovisi o viskoznosti – što je veća viskoznost to je veća vjerojatnost da će protok fluida biti laminaran. Brzinu pri kojoj protok prelazi iz laminarnog u turbulentan režim zovemo kritičnom brzinom. Neregularnosti u protoku mogu biti izazvane i nepravilnostima u stjenkama cijevi, varijacijama u gustoći fluida i ostalim faktorima. [17]

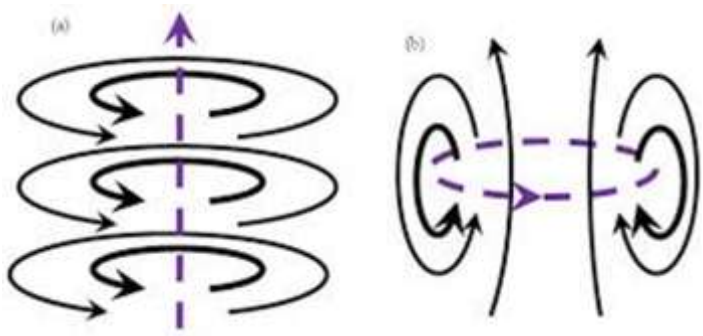
Jedan od oblika strujanja je vrtložno strujanje. U takvom strujanju fluid se kreće oko jedne ili više osi, kružno ili spiralno. Posebna vrsta vrtložnog strujanja su vrtložni prsteni gdje čestice tvore oblik toroida (Slika 1.3).

Formiranje vrtložnih prstena može se postići ubrizgavanjem mase fluida koji se brzo kreće u masu stacionarnog fluida koji može biti isti ili ne, npr. iz zatvorenog cilindra u okolni zrak kao u vrtložnom topu. Pri tome se plin blizu ruba otvora uspori, a unutarnji slojevi bliže centru imaju veću brzinu. Prema Bernoullijevom principu, zbog razlike u statičkom tlaku koji je veći u unutarnjim slojevima, a manji u vanjskim, čestice plina skliznu prema stražnjem dijelu gdje ponovo ulaze u brži središnji dio. Stoga se formira prsten koji putuje u prostoru pravocrtno oko zajedničke osi, a čestice od kojih se formira prsten čitavo vrijeme rotiraju kao što pokazuje slika 1.2. Zbog načina na koji se čestice unutar njega gibaju, smanjuje se trenje s vanjskim stacionarnim fluidom pa je toroidalni prsten vrlo stabilan i može, u tom obliku, preći velike udaljenosti[10], uz relativno mali gubitak mase i kinetičke energije i male promjene u veličini i obliku. Pri tome vrijedi zakon očuvanja kutne količine gibanja:

$$L = r \cdot mv \tag{1.3}$$

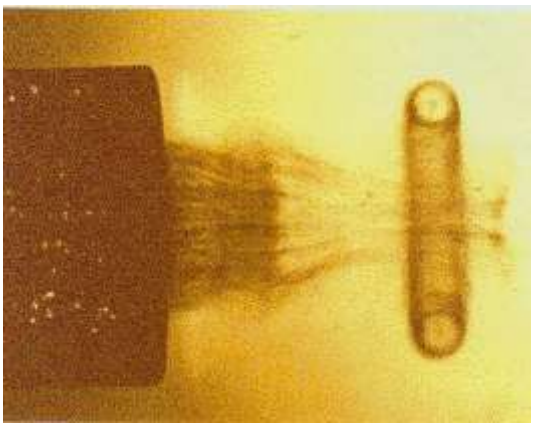
$$\Delta L = 0$$

dakle, što su čestice dalje od središnje osi gibaju se sporije, odnosno što su bliže centru gibaju se brže tako da je zamah očuvan.



Slika 1.2. *Kretanje čestica u vrtložnom prstenu:*

a) Rotacija oko osi smjera kretanja b) Rotacija unutar samog prstena, u smjeru kretanja[11]



Slika 1.3. *Vrtložni prsten*[8]

U ovom slučaju prema teoriji sila koja djeluje na čestice fluida i usporava ih je

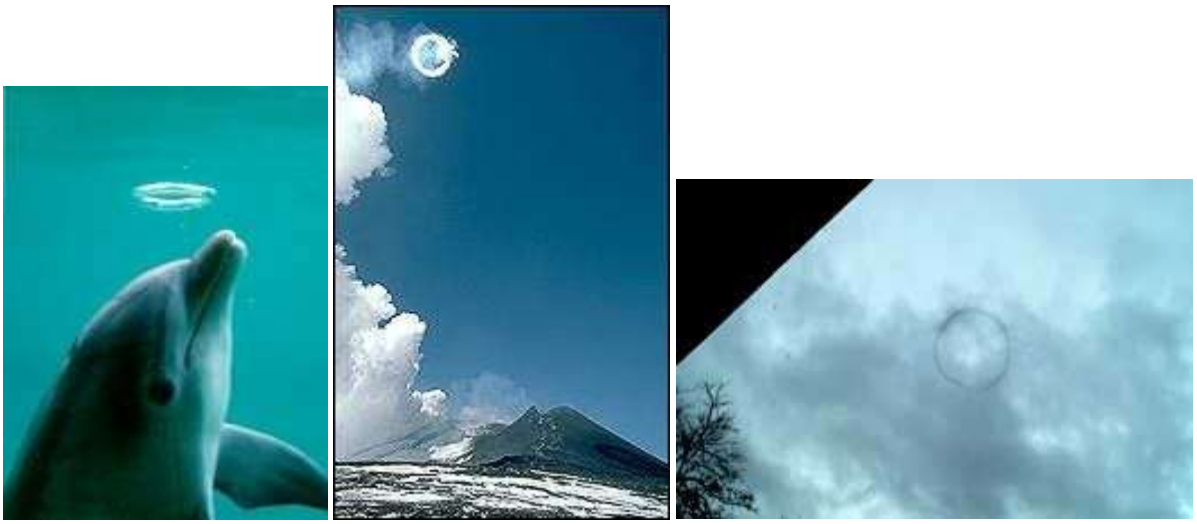
$$ma = -F_{tr}$$

$$m\frac{\Delta v}{\Delta t} = -cv^{\alpha} \tag{1.4}$$

Sređivanjem ovog izraza proizlazi da brzinu opisuje padajuća eksponencijalna funkcija.

$$t \sim v^{-\alpha} \tag{1.5}$$

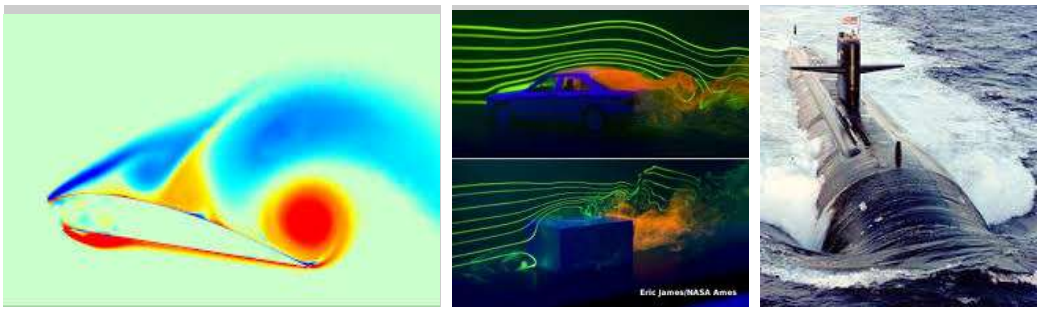
Zanimljivo je da se takvi vrtložni prsteni fluida mogu uočiti u prirodi (Slika 1.4.), osobito u atmosferi gdje gibanje zračnih masa formira oblake ili pak vrtloge poput tornada.



a) *b)* *c)*

Slika 1.4. *Vrtložni prsteni nastali na različite načine u prirodi: a) mali delfini često u igri stvaraju prstene, b)vulkan Etna ispuhuje vrtloge dima promjera do 200 m, c) oblak u obliku vrtloga* [12]

Proučavanje turbulentnog i vrtložnog strujanja važno je jer se pojavljuje pri kretanju prijevoznih sredstava (aviona, podmornica, automobila) i nastoji se izbjeći jer stvara otpor i time utječe primjerice na potrošnju goriva (Slika 1.5.). Javlja se i u svim drugim sustavima pri strujanju tekućina ili plinova, u raznim cijevima, turbinama i sl.



Slika 1.5. *Turbulentno i vrtložno strujanje pojavljuje se i stvara otpor pri kretanju vozila. a) vrtlog iznad avionskog krila* [14] *b) turbulentno strujanje zraka pri kretanju automobil* [15] *c) turbulentno strujanje vode oko podmornice* [8]

1.3. Ciljevi i pretpostavke

Turbulentno strujanje teško je matematički opisati. Iako smo u literaturi pronašli više metoda matematičkog opisa turbulentnog strujanja i vrtložnih prstena[3][9] jako su složeni i koriste uvjete koje je potrebno odrediti eksperimentalno. Stoga ćemo se baviti pojednostavljenim modelom nastanaka i gibanja vrtložnih prstena. Pri tome smo postavili nekoliko ciljeva rada:

1. odrediti na koji način parametri vrtložnog topa utječu na formiranje, oblik i gibanje vrtložnih prstena;
2. naći najbolje parametre za našu konstrukciju topa - parametre pri kojima brzina najsporije pada tj. najstabilnija je, a prsteni se šire što manje;
3. pokušati odrediti na koji način se ponaša brzina prstena tijekom vremena, odnosno opisati model gibanja nastalih prstena.

<u>Naše su pretpostavke slijedeće:</u>

1. Uz stalni omjer vanjskog i unutrašnjeg promjera postoji gornja i donja granica za silu kojom se dobivaju vrtložni prsteni. To znači da za neki najmanji i najveći promjer izlaznog otvora se prsteni više ne formiraju na izlazu iz cilindra.
2. Uz stalnu silu početna brzina prstena će padati s produženjem cilindra. Za neku duljinu cilindra uz određeni promjer izlaznog otvora očekujemo da se prsteni na izlazu više ne formiraju.
3. Oblik prstena neće ovisiti o obliku izlaznog otvora. Izlazni otvor ne mora nužno biti kružnog oblika, no očekujemo da bez obzira na oblik (trokut, kvadrat, elipsa) se formiraju kružni prsteni.
4. Brzina prstena će padati s kvadratom vremena. Pretpostavljamo da se prsteni ponašaju kao sva druga tijela u fluidu, te da na njih djeluje otpor zraka stalnom silom. Pa iz toga slijedi da bi se vrtložni prsteni trebali kretati jednoliko usporeno.
5. Uz stalnu silu, maksimalna brzina će se mijenjati obrnuto proporcionalno s promjerom izlaznog otvora.
6. Promjer prstena se povećava proporcionalno proteklom vremenu, na samom izlazu promjer je najmanji, a zatim se šire i postižu stabilni oblik.
7. Električno polje imati će utjecaj na stvaranje prstena, čestice plina gibati će se prema elektrodama i moguće je da se prsten ne formira.

2. Eksperimentalni dio

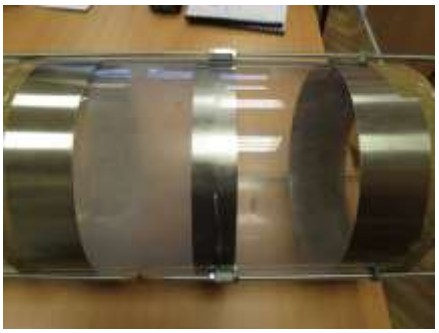
2.1. Aparatura i potreban pribor

Konstrukcija vrtložnog topa započela je izborom materijala od kojeg će se izraditi i određivanjem početnih dimenzija. Budući smo htjeli top većih dimenzija, tu se pojavio prvi problem jer metalni top imao bi preveliku masu i budući nije proziran ne bismo vidjeli što se događa u unutrašnjosti. Izrada velikog cilindra od plexiglasa je vrlo skupa jer zahtijeva posebnu obradu, pa smo se odlučili za nešto deblju plastičnu foliju kakvu smo pronašli na tržištu. Pri tome je savijanje folije također predstavljalo problem jer se nakon što se zalijepi, u presjeku formira u oblik kapljice, a ne kružnice i nije jako stabilan. Rješenje su metalni prsteni koji plastični cilindar pridržavaju da bi zadržao oblik i k tome mu daju stabilnost i čvrstoću. Prozirna plastika omogućava nam da vidimo koliko dima ima u cilindru što se kasnije pokazalo vrlo praktično pri izvođenju eksperimenata.

Vrtložni top koji smo konstruirali se sastoji od dva dijela. Oba dijela su cilindri napravljeni od tanke savinute PVC ploče. Prvi dio promjera 32 cm i duljine 70 cm i drugi dio jednakog promjera, dužine 50 cm, koji se nastavlja na prvi da bi se mogla mijenjati ukupna duljina topa pri izvođenju eksperimenta. (Slika 2.1.1). S jedne strane početnog cilindra postavljen je pokretni klip, učvršćen na oprugama i oblijepljen vrećom, da dim ne izlazi iz cilindra. Klip se pokreće pomoću tri paralelno spojene opruge. (Slika 2.1.2).

Slika 2.1.1. *Vrtložni top na kojem je na prednjoj strani poklopac s raznim omjerima promjera, a na stražnjoj pomični klip s oprugama. Dva cilindra uliježu jedan u drugog kod širokog metalnog prstena u sredini.*

Slika 2.1.2. *Klip s oprugama za pokretanje, izoliran vrećom.*



Slika 2.1.3. *Metalni prsteni i šipke za stabilnost, te matice za fino podešavanje opruga*

Vrtložni top

S druge strane topa je poklopac od kartona i ljepljive trake koji smo izrezali tako da se sastoji od umetaka raznih promjera čime se olakšava postupak promjene veličine izlaznog otvora. Cijela konstrukcija je ojačana željeznim šipkama, kojima se fino podešava napetost opruge(Slika 2.1.3) Pomak opruge određujemo učvršćenim ravnalom. Da bismo vidjeli prstene koji izlaze iz topa, top smo punili dimom iz stroja za dim *Focus OK-040*(Slika 2.1.4). Dim je bijele boje, pa da postignemo sto veći kontrast koristili smo crnu pozadinu. Za snimanje smo koristili stativ, kameru SAMSUNG Intelli i fotoaparat *Canon PowerShot S100.*

Slika 2.1.4. *Stroj za dim koji je korišten pri pokusima*

2.2. Analiza podataka

Za svaki promjer izlaznog otvora snimali smo formiranje i put vrtložnih prstena pri svakom od 5 različitih pomaka klipa, pomaci su bili 1 cm, 2 cm, 3 cm, 4 cm, 6 cm. Klip je bio pokretan s tri opruge čija je zajednička elastična konstanta k = 900 N/m.

Konstantu elastičnosti k odredili smo eksperimentalno. Na oprugu smo vješali različite utege i mjerili produljenje te odredili k prema jednadžbi

$$F = - k x \qquad (2.1.)$$

iz F-x grafičkog prikaza ovisnosti sile F o produljenju x. Budući smo imali tri jednake paralelno spojene opruge izračunali smo ukupnu konstantu k za naš sustav tako da smo zbrojili konstante svih opruga.

Stoga prema relaciji (2.1.) sile kojima smo djelovali na klip cilindra jednake su 9 N, 18 N, 27 N, 36 N i 54 N. Pri tome smo zanemarili trenje između klipa i stijenki cilindra.

Veličinu izlaznog otvora mijenjali smo tako da smo koristili 7 različitih omjera početnog promjera cilindra R: 1/8R, 1/4R, 1/3R, 1/2R, 2/3R, 3/4R, 7/8R. Nakon svakog ispaljenog prstena napunili smo vrtložni top dimom (Slika 2.1.2).

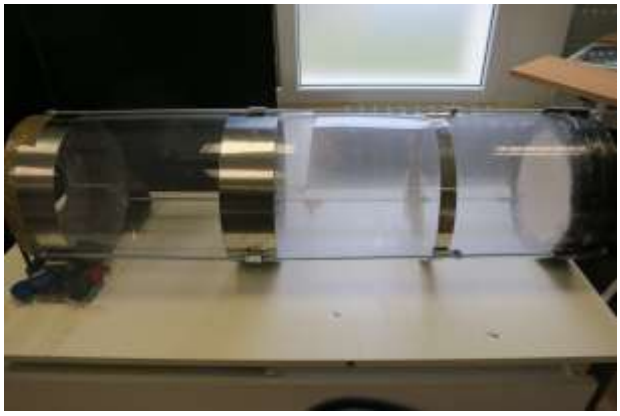
Snimke koje su sadržavale prstene smo izrezali na segmente koji su sadržavali jedan tip vrtložnih prstena. Tj. svi prsteni u tom segmentu stvoreni su pri istom pomaku klipa i pri istom

promjeru. Nakon toga obrađene su u programu *Tracker* preuzetom s interneta[13]. Posebno smo bilježili parametre za koje nismo uspjeli dobiti prstene te su navedeni u *Tablici 3.1.1.*

Za svaku snimku odredili smo koordinatni sustav i mjeru. Mjera u našem slučaju je bila visina stalka tik kraj topa, tako da izračunate udaljenosti budu što bliže stvarnima, dok je ishodište koordinatnog sustava u središtu izlaznog otvora. Zatim smo svakom prstenu po frameovima označili poziciju, uz pretpostavku da su oni materijalne točke. Za poziciju prstena smo uzimali najistureniju točku na prstenu.

Podatke o gibanju prstena dobivene na opisani način dalje smo obrađivali uz pomoć programa te nacrtali potrebne grafove.

2.2.1. Ovisnost o duljini



Slika 2.2.1. *Vrtložni top pri maksimalnoj duljini od 105 cm.*

Da bi pokazali ovisnost o duljini, pri ovom mjerenju mijenjali smo ukupnu dužinu topa. Početna je duljina bila 65 cm, a drugim cilindrom smo ju produžili na 85 cm, 95 cm i 105 cm. Za svaku duljinu snimali smo stvaranje prstena za svaki od prije navedenih pomaka tj. sila. dok je izlazni otvor bio stalno jednak 1/3 *R* budući smo za taj promjer dobivali lijepo formirane vrtloge uz djelovanje svake navedene sile. Obrađivanjem u programu *Tracker* napravljeni su potrebni *v,t* - grafovi.

2.2.2. Ovisnost o promjeru izlaznog otvora.

Vanjski promjer cilindra je stalan i iznosi *R* = 32 cm, no promjer izlaznog otvora mijenjali smo u točno određenim omjerima. Nakon snimanja vrtloga pri svakom od promjera i pri svim pomacima klipa tj. silama izvršena je analiza podataka u *Trackeru* i nacrtani su potrebni grafovi. Radi lakše analize dobivenih podataka grafovi su kombinirani tako da se u istom koordinatnom sustavu pokažu grafovi brzine za prstene koji su nastali pri jednakim silama, ali različitim promjerima, dakle uz promjenu samo jednog parametra.

2.2.3. Ovisnost o sili

Da bi ispitali odnos sile i brzine vrtloga pri ovim su mjerenjima promjer i duljina konstantne veličine, a sila kojom proizvodimo vrtloge se mijenja, ovisno o produljenju opruga. Vrtlozi se snimaju i obrađuju na isti već opisani način u *Trackeru.*

2.2.4. Ovisnost o obliku izlaznog otvora

Mijenjali smo oblik izlaznog otvora ne bi li ustanovili da li uvijek dobijemo prstenaste vrtloge. Izvodili smo eksperimente s otvorima u obliku trokuta, kvadra i elipse (Slika 2.2.2.)

Slika 2.2.2 *Poklopci s oblicima koje smo koristili redom, elipsa, kvadrat, krugovi raznih promjera i trokut*

2.2.5. Utjecaj električnog polja na formiranje vrtložnih prstena

Dim unutar topa smo izložili električnom polju. Koristili smo 3 različita para elektroda. Izradili smo ih od bakrene žice i aluminijske folije i bile su postavljene na 3 različita načina.

1. Dvije aluminijske ploče postavljene paralelno na mjestu izlaska iz topa. Između tako postavljenih ploča dobili smo homogeno električno polje.
2. Jedna elektroda je bila traka aluminijske folije postavljena je po unutarnjoj stijenki topa, dok je druga bila bakrena žica u središtu topa koja se protezala u smjeru gibanja dima iz topa.
3. Prva elektroda bila je prsten od aluminijske folije, postavljen po unutarnjem rubu izlaznog otvora 1/4 *R*. Za drugu elektrodu koristili smo bakrenu žicu u središtu topa.

Električno polje smo stvarali van de Graaffovim generatorom. Generator veličine koje smo mi koristili stvara napon od oko 20 kV.

Slika 2.2.3. *Vrtložni top s elektrodom na izlaznom otvoru spojenim na van de Graaffov generator*

Slika 2.2.4. *Aluminijske ploče ispred izlaznog otvora*

3. Rezultati mjerenja

U prvom dijelu naših mjerenja kvalitativno smo odredili pri kojim promjerima izlaznog otvora i pri kojim silama se formiraju vrtložni prsteni što se može vidjeti u *Tablici 3.1*.

Tablica 3.1. *Formiranje prstena pri svim silama za određeni promjer izlaznog otvora. Znak '+' označava formiranje jasno vidljivih prstena, '-' znak označava da se vrtložni prsten nije formirao dok znak '~' označava nepotpuno formiranje za koje nismo mogli sa sigurnošću utvrditi da li je prsten nastao ili ne.*

R \ F[N]	54	36	27	18	9
1/8	-	-	-	-	~
1/4	+	+	+	+	+
1/3	+	+	+	+	+
1/2	+	+	+	+	~
2/3	~	+	~	-	-
3/4	-	-	-	-	-
7/8	-	-	-	-	-
1	-	-	-	-	-

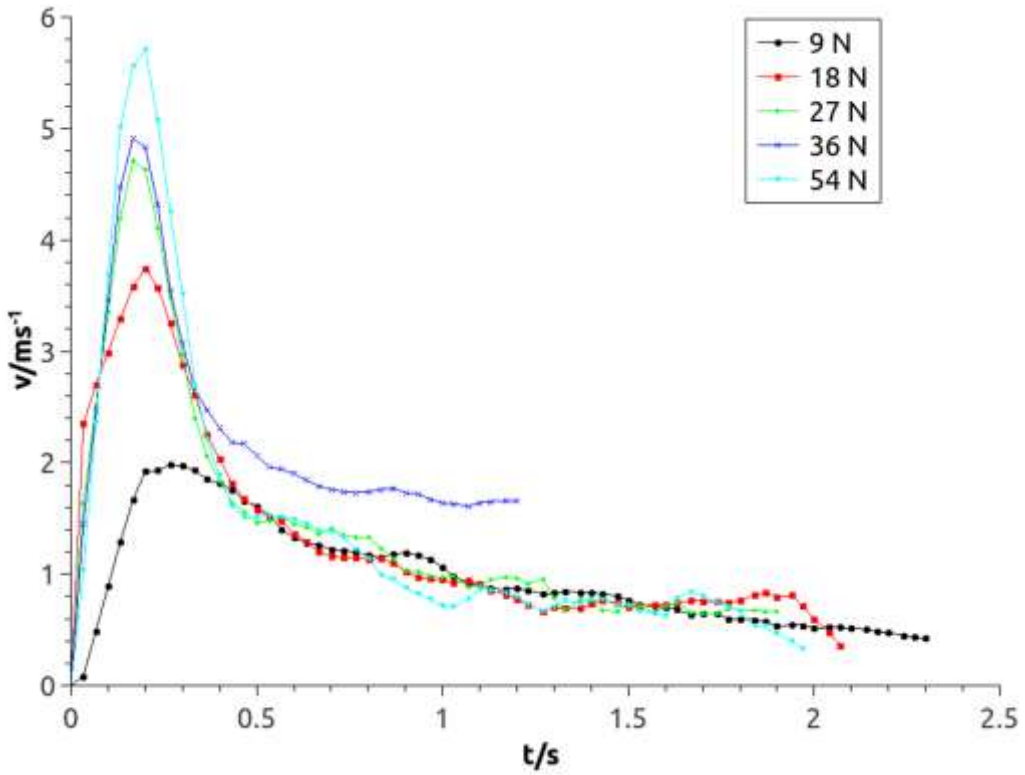
Primjećujemo da postoji područje promjera izlaznog otvora za koje se stvaraju vrtložni prsteni uz djelovanje svih sila kojima smo djelovali. Za izlazni promjer između 1/4 *R* i 1/2 *R* stvaraju se dobro formirani i stabilni vrtložni prsteni. Zato je ostatak naših mjerenja bio fokusiran upravo na to područje.

Vrtložni top

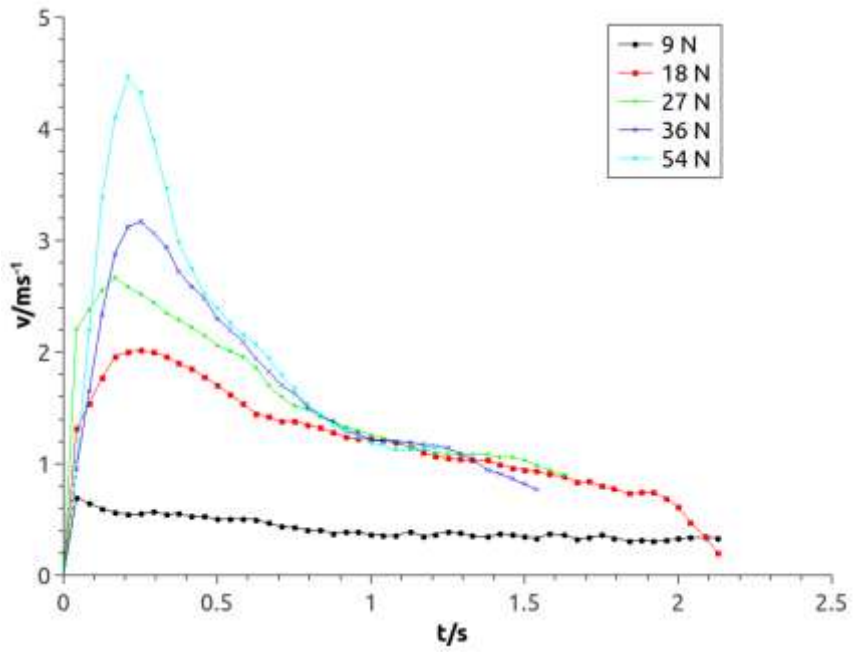
Sljedeća tri v,t-grafa pokazuju brzinu prstena u vremenu za izlazne otvore 1/4 *R* (Slika 3.1.), 1/3 *R* (Slika 3.2.), 1/2 *R* (Slika 3.3.). Na svakom od ta tri grafa uočavamo da djelujemo li većom silom, maksimalna postignuta brzina je veća. No također što je maksimalna brzina veća, brže opada.

Na grafu koji pokazuje brzine prstena stvorenih izlaznim promjerom 1/4 *R* jasno uočavamo stabilizaciju brzina oko 1 ms^{-1}, osim za silu od 36 N koja se stabilizirala pri 2 ms^{-1}.
Na grafu za 1/3 *R* imamo sličan slučaj. Brzine za sile veće od 9 N stabilizirale su se oko 1 ms^{-1} , dok se brzina prstena za silu od 9 N nije niti dosegla vrijednost od 1 ms^{-1}, ali se zato stabilizirala oko 0.6 ms^{-1}.

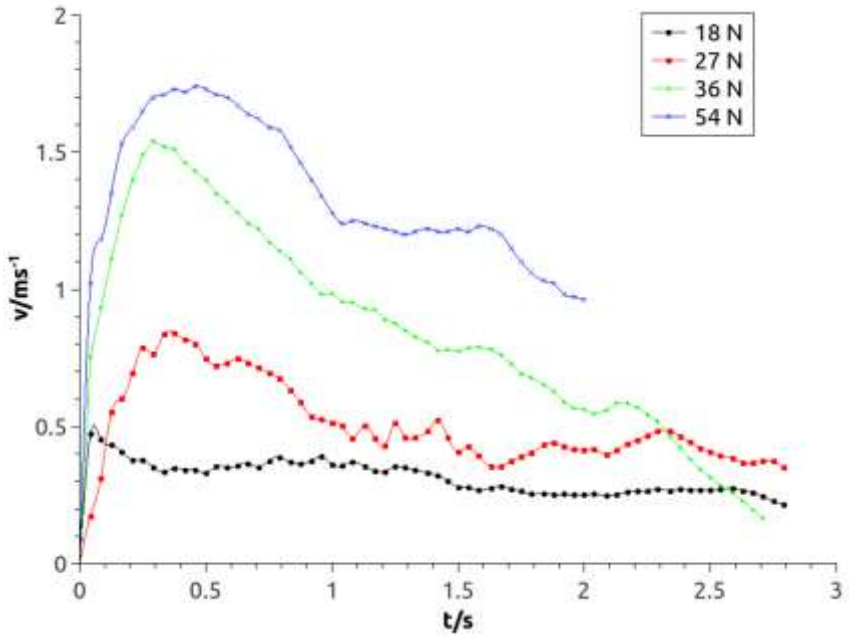
Za izlazni otvor promjera 1/2 *R* ne uočavamo stabilizaciju brzina, no to se može objasniti time da su se prsteni previše raspršili ili izašli iz područja snimanja prije nego su dosegli stabilnu brzinu. Nema krivulje brzine za silu od 9 N jer se pri toj sili prsteni nisu formirali.



Slika 3.1. *v, t-graf za prstene formirane različitim silama pri izlaznom otvorom od 1/4 R. Duljina topa je također konstantna 65 cm. Na grafu vidimo da djelujemo li većom silom, veća je maksimalna brzina, no ona također i strmije pada. Također vidimo da se brzine svih, osim jednog, stabiliziraju oko 1 ms^{-1}i zatim relativno sporo opadaju. Kad smo djelovali silom od 36 N dobili smo prsten koji se stabilizira pri većoj brzini.*



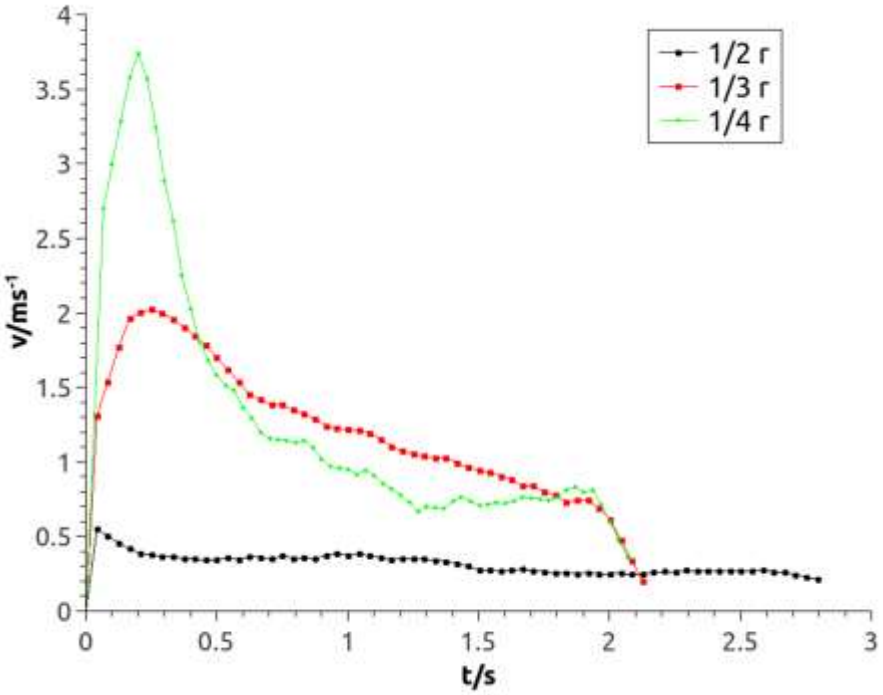
Slika 3.2. *v, t-graf za prstene formirane različitim silama pri izlaznom otvorom od 1/3 R. Duljina topa je konstantna na 65 cm. Na grafu vidimo da djelujemo li većom silom, veća je maksimalna brzina, no ona također i strmije pada. I kod ove veličine otvora se sve, osim jedne, brzine prstena stabiliziraju oko 1 ms^{-1}. Kad smo djelovali najmanjom silom od 9N, nismo dosegli brzinu od 1 ms^{-1}, no taj prsten se stabilizirao oko 0.6 ms^{-1}.*



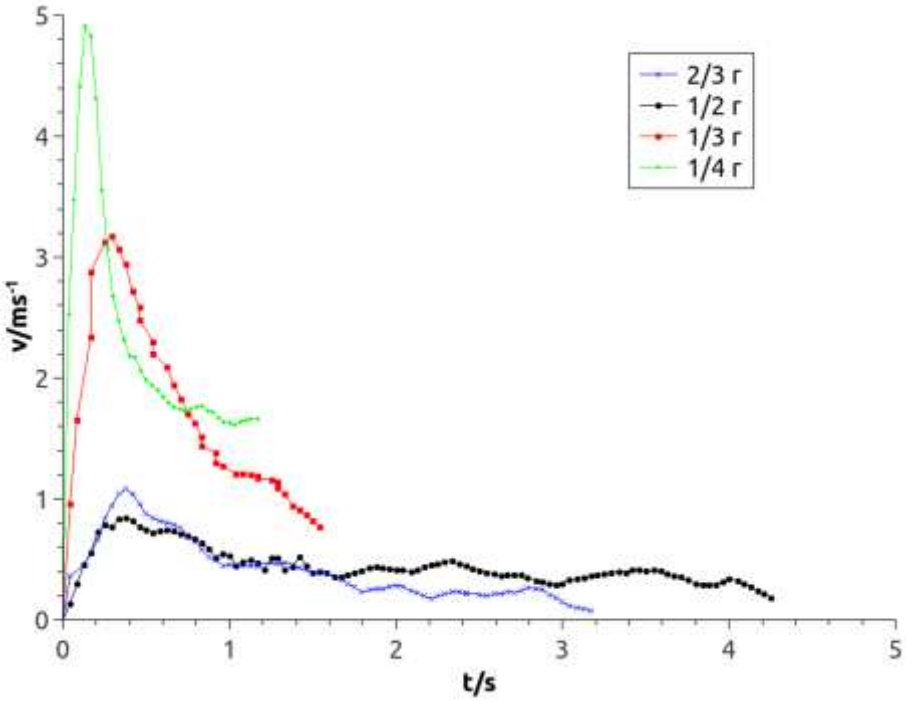
Slika 3.3. *v, t-graf za prstene formirane različitim silama pri izlaznom otvorom od 1/2 R. Duljina topa je konstantna na 65 cm. Nema brzine za silu od 9N jer nije bilo formiranja prstena (Tablica 3.1.)*

Vrtložni top

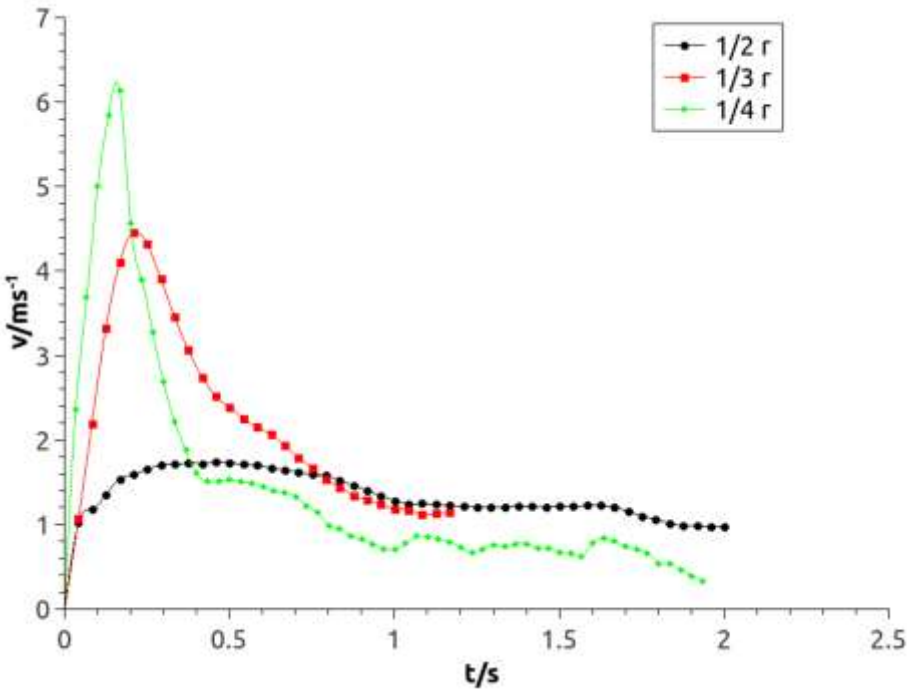
Slijedeći grafovi su *v*,*t*-grafovi za konstantne sile 18 N, 36 N i 54 N (Slike 3.4, 3.5, 3.6) pri različitim promjerima izlaznog otvora.



Slika 3.4. *v, t-graf za prstene formirane stalnom silom od 18N, za različite promjere izlaznog otvora.*

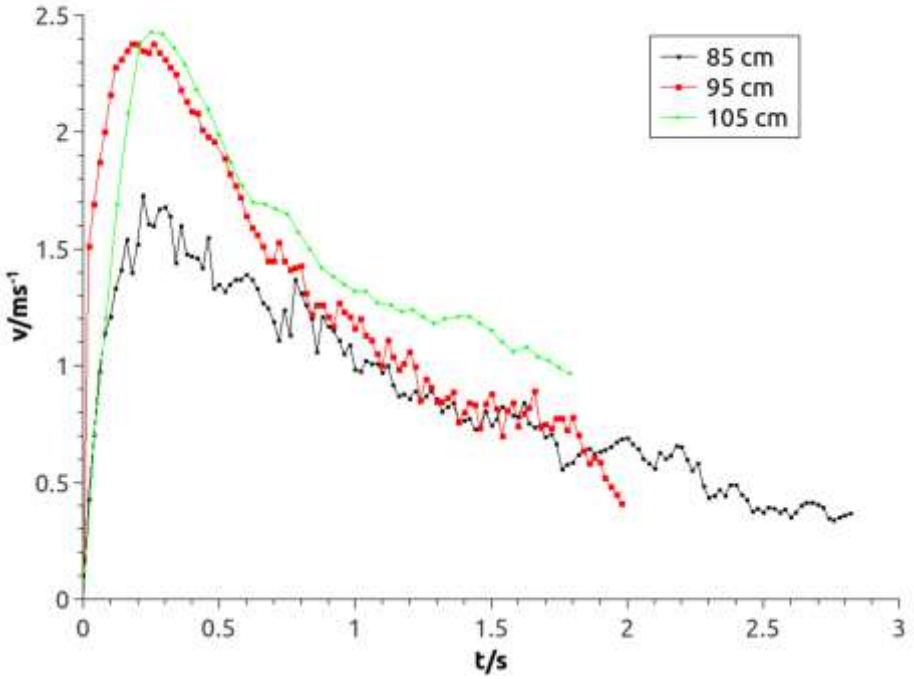


Slika 3.5. *v, t-graf za prstene formirane stalnom silom od 36N, za različite promjere izlaznog otvora*

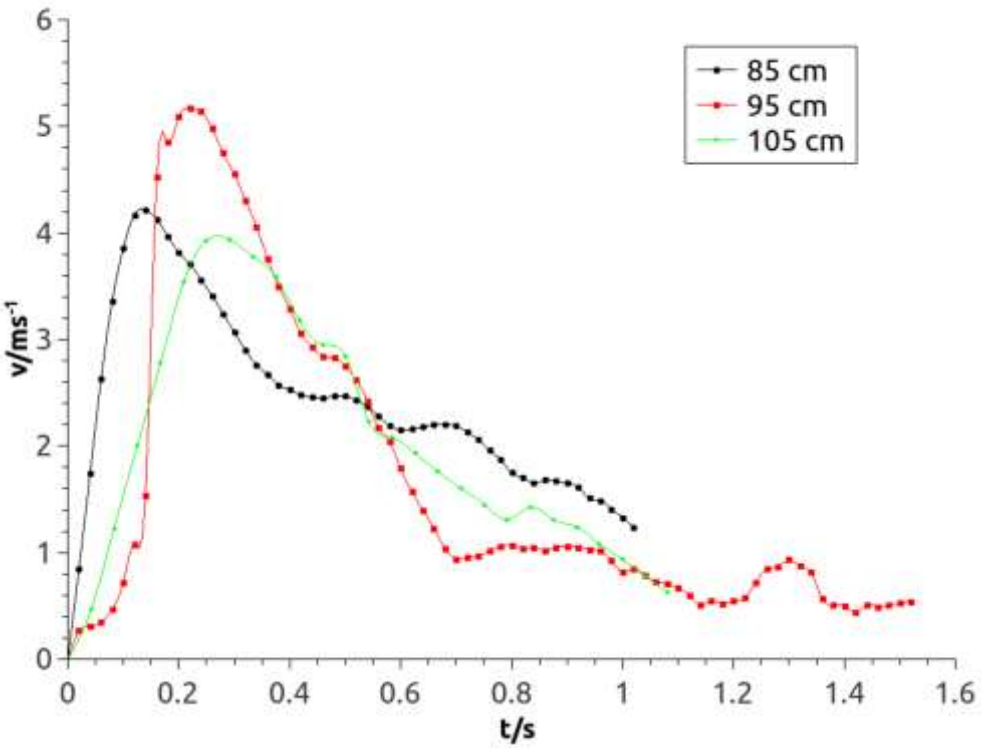


Slika 3.6. *v, t-graf za prstene formirane stalnom silom od 54N, za različite promjere izlaznog*

Slijede *v,t*-grafovi za prstene stvorene stalnim silama i pri stalnom promjeru od 1/3 R na različitim duljinama topa. (Slika 3.7. i Slika 3.8.)



Slika 3.7. *v, t-graf za silu 18 N s duljinama topa 85 cm, 95 cm i 105 cm. Promjer izlaznog otvora je 1/3 R. Primjećujemo da je maksimalna brzina najveća za najveću duljinu, a najmanja za najkraću što se kosi s našom drugom hipotezom.*



Slika 3.8. *v, t-graf za silu 54 N s duljinama topa 85 cm, 95 cm i 105 cm. Promjer izlaznog otvora je 1/3 R. Ovdje je najveća maksimalna brzina postignuta za drugu duljinu topa 95 cm.*

U trećem dijelu naših mjerenja vrtložne prstene smo stavili u električno polje. Prva pozicija elektroda je bila odmah nakon izlaznog otvora. Dim pri izlasku iz topa nije tvorio prstene, nego su se čestice dima zabijale u pozitivno nabijenu ploču. (Slika 3.9.) Druga pozicija elektroda je bila unutar topa. Jedna elektroda je bila traka od aluminijske folije omotana po unutarnjem rubu topa, a druga bakrena žica postavljena u sredinu topa u smjeru izlaska dima iz topa. Slično, kao i kod trećeg načina postavljanja elektroda, gdje je jedna elektroda bila žica u sredini, a druga aluminijska folija na unutarnjem rubu izlaznog otvora, nije bilo vidljivog utjecaja na formiranje, oblik i svojstva prstena. Drugim riječima bili su jednaki i dok je polje bilo uključeno i dok je polje bilo isključeno.

Slika 3.9. *Čestice dima zabijaju se u pozitivno nabijenu ploču*

4. Rasprava

Rezultati mjerenja pokazuju relativnu konzistentnost, osim u slučaju promjene duljine cilindra što je vidljivo u grafovima (Slika 3.7 i Slika 3.8), a što je znak da nisu bile učinjene velike pogreške tijekom izvođenja pokusa i da se tim mjerenjima naše hipoteze mogu opovrgnuti ili potvrditi.

Prva pretpostavka je potvrđena kvalitativnom analizom prikazanom u Tablici 3.1. No to mjerenje nam pokazuje samo jako uzak interval sila i izlaznih promjera, pa je nemoguće precizno odrediti granične vrijednosti za silu, odnosno promjer. Ono što se može uočiti je da je za veće promjere potrebna veća minimalna sila pri kojoj se počinju stvarati prsteni i suprotno pri najmanjem izlaznom otvoru prsteni se naziru uz najmanju silu. Također u našem slučaju najširi interval sila obuhvaćamo izlaznim promjerima 1/4 *R*, 1/3 *R* i 1/2 *R* tj. za sve dostupne uspješno su se formirali prsteni i bili su stabilni.

Bitno je naglasiti da nismo u. svim slučajevima mogli odrediti da li je prsten formiran ili ne. To objašnjavamo time da smo promatrali granične vrijednost pa su formirani prsteni jako nestabilni. Drugo objašnjenje jest to da korištena kamera nije dovoljno dobra za takva snimanja i da je broj sličica u sekundi (eng. FPS - frames per second) relativno malen, u najboljem slučaju 50 FPS, te nismo mogli s dovoljnom preciznošću promatrati gibanje
takvih prsten kratkog vijeka.

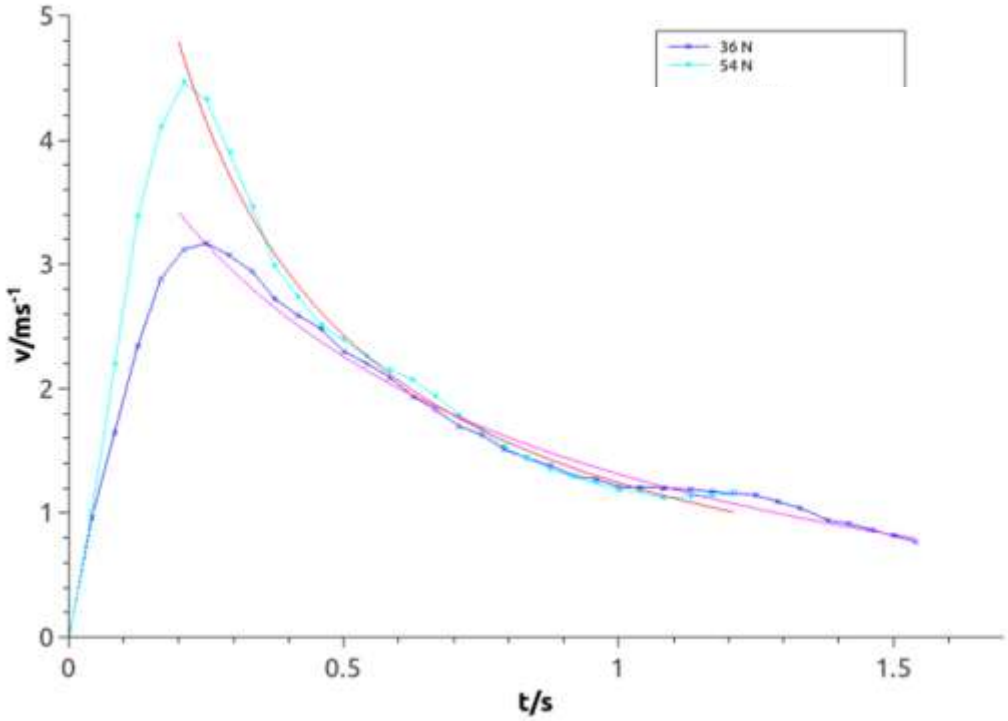
Druga hipoteza pretpostavlja da će maksimalna brzina prstena padati s produženjem cilindra, no usporedbom grafova na Slici 3.7 i Slici 3.8. primjećujemo da najkraća duljina nikad nema najveću maksimalnu brzinu, a u slučaju sile od 18 N, najveća duljina ima i najveću maksimalnu brzinu. Dva su moguća objašnjenja, ili je napravljena greška u mjerenjima ili duljina topa utječe na sličan način na maksimalnu brzinu kao i promjer izlaznog otvora na formiranje vrtloga (uz konstantnu silu), što znači da vjerojatno postoji granična duljina za koju se pri određenom promjeru ne formira vrtlog. Duljina našeg cilindra bila je maksimalno 105 cm pa je moguće da mjerenjima nije obuhvaćen interval duljina pri kojima se vrtlog ne formira. Stoga zbog napravljenog malog broja mjerenja, ne možemo potvrditi niti opovrgnuti hipotezu.

Slika 4.1. *Promjene u obliku prstena stvorenog eliptičnim izlaznim otvorom. Prsten je prvo izdužen u smjeru dužeg polumjera elipse, nakon toga se deformira u krug, pa se izduži u smjeru okomitom na početnu elipsu, proces se ponavlja.*

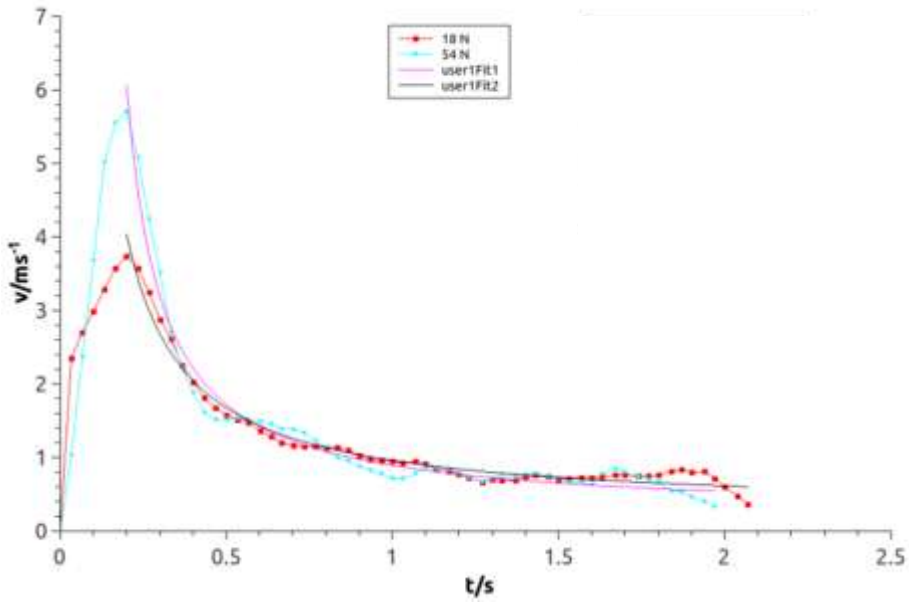
Vrtložni top

Oblik nastalih vrtložnih prstena je uvijek kružni (toroid), bez obzira na oblik izlaznog otvora. U slučaju elipse može se uočiti zanimljiva pojava jer se oblik prstena stalno mijenja na način da se izmjenjuju vertikalno izdužena elipsa – kružni prsten – horizontalno izdužena elipsa – kružni prsten (Slika 4.1.). Ta se promjena oblika odvija određenom frekvencijom. Time smo potvrdili našu treću hipotezu za trokut i kvadrat te ju proširili za elipsu.

Mjerenja su pokazala da svako formiranje prstena ima 3 faze. Analizom grafova može se uočiti pravilnost u promjeni brzine bez obzira na promjenu parametara. Prva faza - prije formiranja vrloga, na samom izlazu iz topa - mjerenja ukazuju na to da se dim u tom stadiju giba nejednoliko ubrzano. (Slika 4.2. i Slika 4.3.) Drugim riječima, akceleracija se mijenja, u našem slučaju pada, pa pada i nagib tangente na krivulju brzine. Tu fazu objašnjavamo time da korištenjem opruga kao sistema pokretanja, takva krivulje brzine je neizbježna iz razloga što opruga na svom putu ne djeluje konstantnom silom, iako smo zanemarili tu činjenicu u mjerenjima, nego se ona mijenja linearno s pomakom prema formuli (2.1.). Tako se mijenja i akceleracija fluida, smanjuje se jer je opruga sve bliže ravnotežnom položaju. Prvi dio u modelu možemo aproksimirati pravcem dovoljno dobro, tj. uz pretpostavku da opruga tokom svog djelovanja, djeluje stalnom silom.



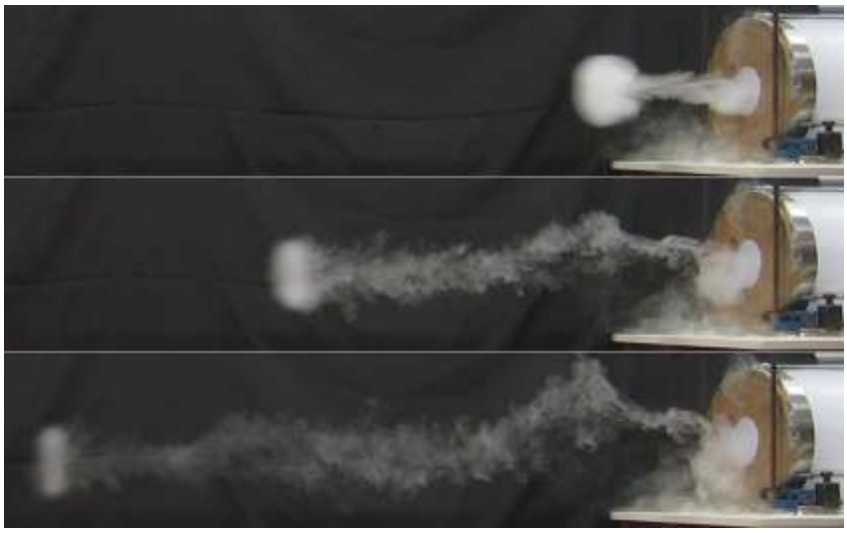
Slike 4.2. *v, t-graf za prstene formirane silama od 36 N i 54 N i izlaznim otvorom 1/3R. Drugu i treću fazu smo aproksimirali eksponencijalnom funkcijom. Uočavamo dobro slaganje s mjerenjima.*



Slike 4.3. *v, t-graf za prstene formirane silama od 18 N i 54 N i izlaznim otvorom 1/4R. Drugu i treću fazu smo aproksimirali jednom padajućom eksponencijalnom funkcijom. Vidimo dobro slaganje s mjerenjima.*

Srednja faza je faza formiranja prstena. Formiranje prstena počinje kad se postigne najviša brzina i dim se sudario sa stacionarnim česticama zraka te se počeo uvrtati. Uočavamo da se pad brzine može aproksimirati krivuljom padajuće funkcije vrlo dobro za većinu slučajeva tj. da se dim giba nejednoliko usporeno. Jedno od mogućih objašnjenja je da se dio energije troši na samo uvrtanje dima, no vjerojatnije objašnjenje je da pri prestanku djelovanja opruge silom, dominantna sila koja upravlja daljnjim gibanje dima je sila otpora zraka. Jedan od modela za otpor zraka je da sila raste s kvadratom brzine [18], što objašnjava promjenu brzine u našem modelu. Za velike brzine postoji i veliki pad brzine (Slika 4.2.).

Posljednja faza je gibanje dobro formiranog prstena. Vidimo da se taj dio *v,t*-grafa također može opisati istom funkcijom, ali puno manje zakrivljenosti u tom dijelu, u nekim grafovima gotovo da je pravac. To se objašnjava na jednak način kao i za fazu formiranja prstena, no budući se promijenio oblik prstena dima (uži, stabilniji), smanji se i sila otpora zraka te brzina sporije opada. Također jedan od mogućih uzroka pada brzine je gubitak energije i raspršivanje fluida zbog rotacije. Ta faza se prilično dobro može aproksimirati pravcem, pa do neke granice, brzina samog prstena se ponaša kao kod jednolikog usporenog gibanja. Može se također primijetiti da za djelovanje najmanjom silom graf je gotovo pravac s vrlo malim nagibom, za neke slučajeve gotovo da je brzina konstantna u vremenu (npr. otvor 1/2 R uz silu 18 N) nakon formiranja vrtloga – što bi bilo u skladu s teorijom jer je i izlazna brzina prstena najmanja, što znači i najmanje trenje sa stacionarnim fluidom pa samim time i najmanju promjenu brzine tijekom putovanja prstena duž uzdužne osi. Time smo potvrdili našu četvrtu hipotezu, osim ako se približimo graničnim slučajevima. Odstupanja pojedinih točka koja se uočavaju pri aproksimaciji grafova s eksponencijalnom funkcijom mogla bi se izbjeći analizom više snimki za pojedini slučaj otvora i pripadne sile. Navedene faze formiranja prstena mogu se uočiti na slici 4.4.



Slika 4.4. *gore – izgled dima prije formiranja stabilnog vrtloga; sredina – formacija prstena; dolje – formiran stabilni prsten.*

Grafovi na slikama 3.4., 3.5. i 3.6. jasno pokazuju da je maksimalna brzina vrtloga veća što je manji izlazni promjer. Objašnjavamo jednadžbom kontinuiteta, koja nam govori da uz stalan tlak, u cijevi fluid mora putovati brže kroz manji presjek. Smatramo da smo time potvrdili petu hipotezu.

Na Slikama 3.4 i 3.5 za promjer izlaznog otvora 1/3 *R*, a u manjoj mjeri i kod drugih, uočavamo da brzina počne naglo padati prema kraju krivulje. Vidljivo se nije ništa s prstenom događalo, pa smatramo da je to greška u mjerenju. Jer koristeći širokokutnu kameru pri rubovima snimke ne gledamo okomito na prstene, pa se brzina prstena čini manja, jer je pomak na snimci manji, što u stvarnosti nije.

Šestu hipotezu o promjeni promjera nastalih prstena ne možemo opovrgnuti niti potvrditi, jer nam mjerenja nisu bila dovoljno precizna. Najveći utjecaj je imala rezolucija snimanja, koja nam nije bila dovoljna za precizno mjerenje promjera. No procijenili smo da je promjena promjera manja od naših očekivanja.

Smatramo da smo posljednju hipotezu, koja nam govori da električno polje ima utjecaj na formaciju prstena, djelomično potvrdili. U slučaju kad su elektrode postavljene nakon izlaznog otvora, očekivano se vidio utjecaj električnog polja na formaciju prstena. Čestice dima se naelektriziraju zbog trenja i stoga putuju prema elektrodama – u homogenom električnom polju negativno nabijene čestice gibaju se prema pozitivnoj elektrodi, dakle suprotno smjeru polja. Stoga se prsten nije uopće formirao na izlazu iz otvora. Za druge položaje nije bilo vidljivog utjecaja. Smatramo da taj utjecaj postoji, budući smo naišli na sličan primjer u literaturi, ali u našem slučaju je korišteno električno polje preslabo da bi se taj učinak jasno uočio. Eksperiment bi se mogao ponoviti s jačim električnim poljem, kamerom više kvalitete i preciznije izrađenim topom da se uoči utjecaj električnog polja.

5. Zaključak

Cilj ovog rada bio je konstruirati vrtložni top, istražiti na koji način parametri topa utječu na formiranje vrtložnih prstena, koji su najbolji parametri za naš top i osmisliti jednostavan model brzine prstena.

Na topu smo mijenjali nekoliko parametara - duljinu, izlazni promjer i silu kojom djelujemo na fluid unutar topa. Za svaku promjenu smo snimali nastale prstene te utvrdili pri kojim se uvjetima ne formiraju. Snimke smo obradili i konstruirali pripadne *v,t*-grafove.

Pokazali smo da postoji gornja i donja granica za silu (kada je izlazni promjer konstantan) pri kojoj se dobivaju prsteni. U našem slučaju pokazalo se da dobro formirane vrtložne prstene dobivamo unutar određenih granica – za promjere od 1/2 *R*, 1/3 *R* i 1/4 *R*, te smo ostatak mjerenja bazirali na njima.

Analiza gibanja pokazuje da su bez obzira na parametre svi grafovi vrlo slični i imaju isti trend promjene brzine pa smo na tome bazirali jednostavni model gibanja vrtloga u tri faze – brzina prije, tokom i nakon stvaranja prstena. U fazi formiranja brzina raste nejednoliko ubrzano, u fazi formiranja vrtloga pada nejednoliko usporeno, a u završnoj fazi brzina pada također nejednoliko usporeno, no tada je graf vrlo blizak grafu jednoliko usporenog gibanja, pa je to jedna od mogućih aproksimacija.

U našim mjerenjima se pokazalo da se promjer prstena gotovo ne mijenja, no zbog male preciznosti mjerenja duljine promjer, tu hipotezu nismo mogli potvrditi. Promjena maksimalne brzine u ovisnosti o duljini topa pokazuje isti trend promjene brzine za različite duljine topa. Zbog nemogućnosti većeg produljenja topa i premalog broja mjerenja ne može se utvrditi granična duljina pri kojoj se prsteni više ne formiraju.

Utvrdili smo također da se oblik prstena ne mijenja za različite oblike izlaznog otvora (trokut, kvadrat). Osim elipse gdje se događa zanimljiv fenomen da prsteni na svom putu mijenjaju oblik iz elipse u kružni i opet u elipsu i pulsiraju određenom frekvencijom. Također se pokazalo da za veće promjere kružnih otvora, potrebno djelovati većom silom da bi se postigla jednaka maksimalna brzina.

Za naše daljnje istraživanje svakako bi bilo potrebno napraviti bolje i preciznije snimke vrtložnih prstena tako da se pokrije veći interval i promjena veličine samog cilindra i sila kojima djelujemo na klip cilindra. Time bi preciznije mogli odrediti granične vrijednosti za formiranje prstena. Zatim bi bilo zanimljivo dodati još jedan parametar u mjerenje - volumen. No za to su potrebne modifikacije aparature, tako da različitim silama možemo djelovati na različiti volumen plina, što nam sadašnji sistem opruga ne dopušta (veća sila, veći volumen). Modifikacija opreme pomogla bi u detaljnijem proučavanju utjecaja električnog polja, a isto tako i određivanju frekvencije pulsiranja vrtloga nastalih na eliptičnom otvoru.

Popis literature

[1] Željko Andreić, Fluidi, skripta s FSB-a

[2] www.fsb.unizg.hr/hydro/.../MFK**,** Mehanika fluida II – što valja zapamtiti, skripta FSB-a

[3] Jun Huang, Kwok Tung Chan, Dual-Wavelike Instability in Vortex Rings, Proceedings of the 5th IASME / WSEAS International Conference on Fluid Mechanics and Aerodynamics, Athens, Greece, August 25-27, 2007

[4] Martin Williams, The demonstration corner: Bernoulli's Principle – Under Pressure, Department of Physics, University of Guelph, 2009

[5] http://www.physicscentral.com/experiment/physicsathome/cannon.cfm

[6] http://software.intel.com/en-us/articles/fluid-simulation-for-video-games-part-1

[7] http://mpec.sc.mahidol.ac.th/radok/physmath/physics/f3.htm

[8] http://en.wikipedia.org/wiki/File:Vortex_Ring_Gun_Schlierin.jpg

[9] http://www.21stcenturysciencetech.com/Articles_2009/Helmholtz.pdf

[10] http://maxwell.ucdavis.edu/~cole/phy9b/notes/fluids_ch3.pdf

[11] http://software.intel.com/en-us/articles/

[12] http://www.physicscentral.com/experiment/physicsathome/cannon.cfm

[13] http://www.cabrillo.edu/~dbrown/tracker/

[14] http://www.explainthatstuff.com/aerodynamics.html

[15] http://home.iitk.ac.in/~smittal/res_act/flow_past_ram_air.html

[16] http://boojum.as.arizona.edu/~jill/NS102_2006/Lectures/Lecture12/turbulent.html

[17] http://www.phy.pmf.unizg.hr/~zskoko/Fizika_mat_web/Fizika_za_matematicare_files/Fizika2_pr2.pdf

[18] http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/airfri.html

[19] http://maxwell.ucdavis.edu/~cole/phy9b/notes/fluids_ch3.pdf